

**INSTITUTO POLITÉCNICO DE BEJA**

**Escola Superior de Educação de Beja**

**Mestrado na Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º  
ciclo do Ensino Básico**

**As Representações utilizadas na Resolução de Problemas da  
Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico: Uma aplicação às  
operações aritméticas da multiplicação e divisão.**

Cátia Alexandra Ângelo Letras nº 13199

**Beja**

**2014**

**INSTITUTO POLITÉCNICO DE BEJA**

**Escola Superior de Educação de Beja**

**Mestrado na Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º  
ciclo do Ensino Básico**

**Relatório de projeto de fim de curso/dissertação de mestrado  
apresentado (a) na Escola Superior de Educação do Instituto  
Politécnico de Beja**

**Elaborado por:**

Cátia Alexandra Ângelo Letras nº 13199

**Orientado por:**

Prof.º Cesário Paulo Lameiras de Almeida

**Beja**

**2014**

## Agradecimentos

A concretização deste Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, em especial esta última etapa, exigiu e contou com o apoio de um conjunto de pessoas que, de uma forma direta ou indireta, me ajudaram e contribuíram para a consecução dos objetivos definidos e às quais gostaria de expressar toda a minha gratidão e os meus sinceros agradecimentos.

- Primeiro que tudo, quero expressar os meus mais sinceros agradecimentos ao meu orientador Prof.º Cesário Paulo Lameiras de Almeida por todo o apoio e incentivo constante, pelas preciosas sugestões e críticas construtivas e pela enorme disponibilidade que sempre teve comigo.
- Seguidamente gostaria de agradecer aos meus pais e avó por estarem sempre ao meu lado, e me apoiaram incondicionalmente, tanto nos melhores momentos como nos de mais ansiedade e nervosismo. Sem o seu apoio nunca teria tido a oportunidade de estar a terminar um curso superior.
- Ao meu namorado, que foi um ouvinte atento de algumas dúvidas, inquietações, desânimos e sucessos, e que me aturou, apoiou e acompanhou ao longo desta árdua e custosa caminhada.
- Agradeço, também, a todos os docentes que ao longo do meu percurso académico contribuíram para o meu enriquecimento profissional e pessoal.
- À Ana Gomes e Mara Rodrigues um obrigada muito especial pelo contributo dado para este trabalho e pelo apoio profissional e emocional dado em muitas circunstâncias.
- Às minhas colegas de casa, por todas as aventuras que vivemos e histórias que partilhámos. Obrigada pela vossa amizade, companheirismo e ajuda. A vocês agradeço-lhe a partilha de bons momentos, ajuda e os estímulos nas alturas de desânimo.
- À professora Felizarda Silva, professora da turma do 3.º ano com quem tive o privilégio de trabalhar, por ter aceitado o meu desafio, pela sua imensa disponibilidade, entusiasmo e profissionalismo, sem os quais este estudo não teria sido possível realizar.

- Gostaria finalmente de agradecer, também, a todos os intervenientes da Escola Básica do 1.º Ciclo de Santa Maria pela disponibilidade, hospitalidade e auxílio, em especial aos alunos de 3º ano que me receberam de braços abertos.

**A todos um enorme obrigado!**

## Resumo

O presente trabalho tem como objetivo identificar quais são as representações/estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver os problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão, reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas e averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas.

A metodologia utilizada nesta investigação foi um estudo de caso, de natureza qualitativa, inserido num paradigma interpretativo.

Tratou-se simultaneamente de uma investigação sobre a própria prática, onde os participantes foram todos os alunos do 3º ano da turma 7 e os professores de 3º ano, do 1º Ciclo do Ensino Básico da Escola de Santa Maria.

Para esta investigação foram propostos problemas que exigissem o uso de diferentes estratégias de resolução e se predispusessem ao uso diversificado de diferentes tipos de representação. Alguns dos problemas apresentados, continham mais do que uma resolução possível, o que para além de levar o aluno a envolver-se ativamente num processo de descoberta, proporcionavam o uso de diferentes representações com diferentes estratégias.

As conclusões apontam para que as representações simbólicas são aquelas mais usadas preferencialmente pelos alunos, utilizando mais especificamente a subcategoria de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. A estratégia de resolução de problemas mais utilizada foi a usar dedução lógica: fazer eliminação, tendo os alunos mostrado dificuldades ao nível da interpretação e compreensão do problema e da compreensão e concretização dos cálculos necessários.

As representações construídas pelos alunos determinam o tipo de estratégia ou estratégias aplicadas e desempenham um papel crucial na correta interpretação e resolução dos problemas propostos.

**Palavras-chave:** resolução de problemas, estudo de caso, representações matemáticas, operações matemáticas, aprendizagem da Matemática.

## **Abstract**

This study aims to identify what are the representations / strategies most used by students to solve problems during the learning process of the arithmetic operations of multiplication and division, recognizing the contribution of different types of representations and ascertain observed the difficulties experienced by students in solving problems.

The methodology used in this research was a case study of qualitative nature, inserted in an interpretative paradigm. This was an investigation of the practice itself, where the intervenient were all students of the 3rd grade, class 7 and also 3rd grade teachers, of 1st cycle of basic education.

For this research were proposed problems that required the use of different coping strategies and predisposing to diversified use of different types of representation. Some of the problems presented had more than one possible solution, which in addition to leading the student to become actively involved in the discovery process provided the use of different representations with different strategies.

The conclusions suggest that symbolic representations are those most preferably used by the students, using more specifically the subcategory of figures and numbers; signals of operations and equal sign/ mathematical expressions. The most used strategy of problem solving was using logical deduction: to do elimination, having students shown difficulties in interpretation and comprehension of the problem and comprehension and implementation of the necessary calculation. The representations built by students define the type of strategy or strategies applied and play a crucial role in the correct interpretation resolution of the problems proposed.

**Keywords:** problem solving, case studies, mathematical representations, math, learning mathematics.

# Índice Geral

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	iv
Índice Geral	v
Índice de Tabelas	viii
Índice de Figuras	ix
Índice de Gráficos	xi
Índice de Apêndices	xii
 <b>Capítulo 1 – Introdução</b>	 1
1. Pertinência do estudo	2
2. Objetivos/questões do estudo	5
3. Estrutura do estudo	7
 <b>Capítulo 2- Enquadramento Teórico</b>	 8
2.1 O Ensino da Matemática	8
2.2 O Problema Matemático em Sala de Aula	9
2.3 O Papel das Representações no Raciocínio Matemático	15
2.4 Conceito de representação	17
2.5 Representações e linguagens	18
2.6 A Matemática na Multiplicação e na Divisão	19
 <b>Capítulo 3 - Estudo Empírico</b>	 22
3.1 Metodologia	22
3.2 Contexto da investigação	24
3.2.1 Escola	24
3.2.2 Participantes	26
	v

3.2.2.1 Caracterização dos Professores e Coordenadora do 1º ciclo do Ensino Básico	26
3.2.2.2 Caracterização dos Alunos	27
3.3 Instrumentos e métodos de recolha de dados	33
3.3.1 Observação direta	34
3.3.2 Entrevista	34
3.3.3 Análise dos documentos	37
3.3.4 Metodologia utilizada na implementação dos problemas aos alunos	37
3.3.5 Apresentação dos problemas e objetivos	39
3.3.6 Registos áudio/vídeo e as conversas com os alunos	42
3.4 Análise dos dados	43
3.5 Implementação dos procedimentos metodológicos	49
<b>Capítulo 4- Apresentação e Discussão dos Resultados</b>	51
4.1 Resultados das entrevistas realizadas aos docentes	51
4.2 Representações utilizadas nos problemas propostos	54
4.2.1 Problema 1	56
4.2.2 Problema 2	58
4.2.3 Problema 3	61
4.2.4 Problema 4	63
4.2.5 Problema 5	67
4.2.6 Problema 6	68
4.3 Estratégias utilizadas nos problemas propostos	73
4.4 Dificuldades encontradas na resolução dos problemas propostos	76
4.4.1 Categoria: Interpretação e incompreensão do problema	76
4.4.2 Categoria: Compreensão e concretização dos cálculos necessários	78
4.4.3 Categoria: Organização do raciocínio e comunicação matemática	80



<b>Capítulo 5 – Conclusões, limitações e futuras investigações</b>	83
5.1 Conclusões	83
5.2 Limitações	87
5.3 Futuras investigações	88
<b>Referências Bibliográficas</b>	89
<b>Apêndices</b>	95

## Índice de Tabelas

<b>Tabela 1</b> - Modelo de resolução de problemas, segundo Pólya (2003)	13
<b>Tabela 2</b> - Etapas de resolução de problemas, segundo Boavida <i>et al.</i> (2008)	14
<b>Tabela 3</b> - Tipos de Representações	17
<b>Tabela 4</b> - Situação profissional dos Pais	31
<b>Tabela 5</b> - Objetivos específicos do guião de entrevista	36
<b>Tabela 6</b> - Síntese das respostas obtidas	54
<b>Tabela 7</b> - Representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos	55
<b>Tabela 8</b> - Número de vezes que as representações foram utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas	72
<b>Tabela 9</b> - Número de vezes que as estratégias foram utilizadas pelos alunos nos problemas	74
<b>Tabela 10</b> - Dificuldades dos alunos na resolução dos problemas propostos	82

## Índice de Figuras

<b>Figura 1-</b> Objetivos a alcançar com esta investigação	6
<b>Figura 2-</b> Questões desta investigação	6
<b>Figura 3 -</b> Categorias de comportamento na resolução de problemas, segundo o autor Mialaret (1975)	11
<b>Figura 4 -</b> Sociograma	32
<b>Figura 5 -</b> Problema 1	39
<b>Figura 6 -</b> Problema 2	39
<b>Figura 7 -</b> Problema 3	40
<b>Figura 8-</b> Problema 4	40
<b>Figura 9 -</b> Problema 5	41
<b>Figura 10 -</b> Problema 6	41
<b>Figura 11 –</b> Estratégias utilizadas pelos alunos face aos problemas propostos, esquema adaptado de Contente (2013)	45
<b>Figura 12 –</b> Representações analisadas face aos problemas propostos	47
<b>Figura 13 –</b> Triangulação dos Dados	48
<b>Figura 14 -</b> Fases do processo de investigação e intervenção deste estudo	50
<b>Figura 15 -</b> Ilustração do aluno 1 no problema 1	56
<b>Figura 16 -</b> Ilustração do aluno 5 no problema 1	57
<b>Figura 17 -</b> Ilustração do aluno 5 no problema 1	57
<b>Figura 18 -</b> Ilustração do aluno 12 no problema 2	58
<b>Figura 19 -</b> Ilustração do aluno 8 no problema 2	59
<b>Figura 20 -</b> Ilustração do aluno 11 no problema 2	60
<b>Figura 21-</b> Ilustração do aluno 9 no problema 2	60
<b>Figura 22 -</b> Ilustração do aluno 3 no problema 2	61
<b>Figura 23 -</b> Ilustração do aluno 9 no problema 3	62

<b>Figura 24 - Ilustração do aluno 4 no problema 3</b>	62
<b>Figura 25 - Ilustração do aluno 10 no problema 3</b>	63
<b>Figura 26 - Ilustração do aluno 8 no problema 4</b>	64
<b>Figura 27 - Ilustração do aluno 9 no problema 4</b>	65
<b>Figura 28 - Ilustração do aluno 2 no problema 4</b>	65
<b>Figura 29 - Ilustração do aluno 1 no problema 4</b>	66
<b>Figura 30 - Ilustração do aluno 11 no problema 4</b>	67
<b>Figura 31 - Ilustração do aluno 5 no problema 5</b>	68
<b>Figura 32 - Ilustração do aluno 1 no problema 6</b>	69
<b>Figura 33 - Ilustração do aluno 4 no problema 6</b>	70
<b>Figura 34 - Ilustração do aluno 9 no problema 6</b>	71
<b>Figura 35 – Estratégia: Usar dedução lógica</b>	74
<b>Figura 36 – Estratégia: Fazer desenho, diagrama ou esquema</b>	75
<b>Figura 37 – Estratégia: Fazer tentativas, conjeturas</b>	75
<b>Figura 38- Ilustração do aluno 3 no problema 1</b>	76
<b>Figura 39- Ilustração do aluno 1 no problema 1</b>	77
<b>Figura 40- Ilustração do aluno 9 no problema 6</b>	77
<b>Figura 41- Ilustração do aluno 8 no problema 6</b>	78
<b>Figura 42 - Ilustração do aluno 9 no problema 5</b>	79
<b>Figura 43 - Ilustração do aluno 9 no problema 4</b>	79
<b>Figura 44- Ilustração do aluno 6 no problema 4</b>	80
<b>Figura 45 - Ilustração do aluno 2 no problema 4</b>	80
<b>Figura 46 - Ilustração do aluno 1 no problema 3</b>	81
<b>Figura 47 - Ilustração do aluno 12 no problema 5</b>	81

## **Índice de Gráficos**

<b>Gráfico 1</b> - Género e idade da turma	28
<b>Gráfico 2</b> - Género e idade apenas dos alunos de 3º ano	29
<b>Gráfico 3</b> - Habilitações literárias dos Pais	30

## Índice de Apêndices

<b>Apêndice 1-</b> Categorias de análise aos problemas propostos	96
<b>Apêndice 2-</b> Problemas propostos aos alunos no âmbito da investigação Matemática	97
<b>Apêndice 3 -</b> Planificação diária - 13 de março de 2014	100
<b>Apêndice 4-</b> Guião da Entrevista	103
<b>Apêndice 5 –</b> Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 1)	106
<b>Apêndice 6 –</b> Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 2)	109
<b>Apêndice 7 –</b> Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 3)	111
<b>Apêndice 8 –</b> Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 4)	113
<b>Apêndice 9 –</b> Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 5)	115
<b>Apêndice 10 –</b> Grelha de análise de conteúdo das entrevistas semiestruturadas	118

## Capítulo 1 - Introdução

O presente estudo tem como finalidade identificar quais são as representações/ estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver os problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão, reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas e averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas. É resultado de uma necessidade de crescer profissionalmente e de me transformar num professor mais reflexivo e consciente dos complexos desafios que me são colocados e que requerem um saber profissional cada vez mais fundamentado e especializado.

À medida que a nossa experiência profissional cresce, temos cada vez mais consciência das responsabilidades que recaem sobre nós em todos os domínios da educação. Ser professor implica a permanente tomada de decisões que deverão ser conscientes e refletidas. Ser professor deve implicar também um processo contínuo de formação e aprendizagem.

Neste contexto, a presente investigação surgiu na sequência da realização da Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado na Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º ciclo do Ensino Básico.

Estamos convictos que é importante proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem que lhes possibilitem desenvolver competências no âmbito do raciocínio, da comunicação e da resolução de problemas. A utilização da resolução de problemas na prática educativa da Matemática é uma metodologia que deve merecer atenção por parte de todos professores.

É a partir deles que se pode envolver o aluno em situações da vida real, motivando-o para o desenvolvimento do modo de pensar matemático.

Ao longo da vida profissional, observámos a resolução de problemas ser perspectivada de diversas formas, onde muitas delas muito pouco ou nada têm a ver com a verdadeira essência e dimensão desta atividade, que deverá ser transversal à aprendizagem da Matemática. Na maioria dos manuais de Matemática para o 1.º Ciclo detêm, listas de exercícios para os alunos resolverem, onde estes apenas têm de aplicar diretamente um ou mais algoritmos, privilegiando-se a sua execução. No entanto, resolver problemas não é resolver só meros exercícios; resolver problemas não é realizar somente cálculos com somas e diferenças, produtos e divisões. Existem procedimentos que são necessários, mas que devem ser usados corretamente.

Cabe ao professor desempenhar o papel de incentivador, facilitador, e mediador das ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e a produzirem os seus próprios conhecimentos. Este deve criar um ambiente de cooperação, de procura, de

exploração e de descoberta, deixando claro para o aluno que o mais importante é o processo e não o tempo gasto para resolvê-lo ou a resposta final. Sendo assim, Perez Echeverría *et al.* (1998) resumem a aprendizagem da Resolução de Problema, referindo que *“ensinar a resolver problema não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado [...] O verdadeiro objetivo final da aprendizagem da solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los como forma de aprender”* (Perez Echeverría *et al.*, 1998, p. 14/15).

A resolução de problemas também detém diversas estratégias possíveis, que podem ser expressas por diferentes formas, recorrendo a várias representações. Os alunos para que organizem as suas resoluções em torno da explicitação dos dados, indicação e operação, seguida de resposta, devem ser estimulados a usar esse processo com alguma regularidade. O que acontece muitas vezes é que os professores praticam estas atividades continuamente, mas são muito limitadoras, não permitindo muitas vezes que as capacidades dos alunos se manifestem de forma natural e completa.

Desta forma perspetivo este trabalho como uma possibilidade de investigar quais as representações mais usadas pelos alunos na resolução de problemas e qual o seu contributo na sua aprendizagem da multiplicação e divisão.

## **1. Pertinência do estudo**

A Matemática é uma área do saber presente em todos os currículos, ao longo de todos os anos da escolaridade obrigatória. Porém, é no decorrer do 1.º Ciclo do Ensino Básico que as maiorias das aprendizagens escolares dos alunos são promovidas, estimuladas e desenvolvidas.

Os autores Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 17), fomentam a importância da educação da matemática, afirmando que *“A educação matemática pode contribuir, de um modo significativo e insubstituível, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dependentes mas pelo contrário competentes, críticos e confiantes nos aspetos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática”*.

Historicamente na Matemática do 1.º Ciclo valorizava-se bastante se o aluno era ou não capaz de realizar corretamente, com papel e lápis, os algoritmos das quatro operações básicas. As escolas tinham como objetivo, que os alunos aprendessem rapidamente os algoritmos, muitas vezes sem grande



significado para as crianças, e sem que estas tivessem desenvolvido o significado das operações. Serrazina (2002, p. 58) defende que *“Estes [os algoritmos] devem ir adquirindo significado à medida que vão sendo sistematizados pelos alunos a partir de atividades significativas”*. Partilhamos da opinião dos autores acrescentando que se os algoritmos não forem corretamente sistematizados a aprendizagem feita pelos alunos é sem compreensão e acaba por se evidenciar não só em fracos desempenhos como também numa atitude de rejeição da Matemática.

Os alunos devem ser incentivados a desenvolver as suas próprias estratégias de cálculo e a partilhá-las e discuti-las com os seus pares e com o professor, onde desenvolvem um importante conjunto de aprendizagens.

Para Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), o que é importante para o aluno não é o conhecimento do cálculo, mas sim perceber qual é a operação adequada, estimar a viabilidade do resultado ou decidir a sequência de passos necessários para resolver um problema. Segundo estes autores, a aprendizagem de forma isolada e mecanizada dos procedimentos do cálculo não ajudam os alunos a compreender o conceito de Matemática, nem desenvolve as capacidades relacionadas com o raciocínio e com a resolução de problemas.

A partir de 1990, em Portugal surgem novas orientações programáticas para a Matemática, nas quais é visível uma maior preocupação com o desenvolvimento de capacidades como o raciocínio, a comunicação e a resolução de problemas. Estas novas orientações programáticas são publicadas no documento Programa do 1.º Ciclo do Ensino Básico (ME/DGEBS, 1990). Dão um maior destaque à resolução de problemas, como atividade promotora do desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, onde os alunos podem apoiar-se em materiais e linguagem gráfica para fazerem uma ponte entre o real e as abstrações matemáticas. Para além da resolução de problemas, o papel das representações também teve um papel marcante nestas novas orientações programáticas, pela sua utilidade e importância.

Em 2007, no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins, e Oliveira, 2007), é apresentado um reajustamento do programa de Matemática para os três ciclos do ensino básico. A resolução de problemas, aparece como capacidade transversal a toda a aprendizagem da Matemática, deve ser desenvolvida num espaço próprio, funcionar como ponto de partida para o estudo de conceitos e ideias matemáticas, e servir de apoio para o seu desenvolvimento e aplicação.

Neste documento, as representações no ensino e aprendizagem da Matemática surgem de forma muito clara e organizada, destacando-se a necessidade dos alunos conhecerem e compreenderem os diferentes tipos de representações, bem como a capacidade de as utilizarem em diversas situações e de saber qual a representação mais adequada para cada uma.

No entanto no mais recente Programa de Matemática do Ensino Básico (2013), a resolução de problemas é, na nossa opinião, mais generalizado ao nível dos objetivos e em relação à utilização das representações não é muito claro no que é pretendido.

Consideramos que é muito importante que os alunos utilizem as representações e que sejam estimulados para o seu uso, pois as representações são uma mais-valia no processo de aprendizagem, elas ajudam a interpretar, organizar e compreender a informação dada no enunciado, a explorar e perceber qual a melhor forma de chegar a uma resposta correta, bem como controlar e avaliar o processo da resolução do problema.

Por considerarmos ser um tema importante, tanto ao nível da investigação Matemática nacional, como internacional, e tendo também em conta as novas orientações curriculares, parece-nos importante desenvolver um estudo que auxilie de alguma forma, os alunos e professores a aumentar o conhecimento acerca do assunto acima referido.

A escolha desta temática também foi ponderada do ponto de vista curricular, pois *“O gosto pela Matemática e pela redescoberta das relações e dos factos matemáticos – que muitas vezes é apresentada como uma finalidade isolada – constitui um propósito que pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas. Neste sentido, é decisivo para a educação futura dos alunos que se cultive de forma progressiva, desde o 1.º ciclo, algumas características próprias da Matemática, como o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos ou a precisão dos resultados.”* (Programa de Matemática do Ensino Básico. Ministério da Educação; 2013, p. 2).

Nesta temática também é importante referir que o professor deve ter em conta a forma de pensar dos alunos, delineando estratégias incentivadoras e ajudando-os a relacionar-se melhor com a Matemática, pois, tal como é referido na Organização Curricular e Programas do 1º Ciclo do Ensino Básico (2006, p. 163), *“Caberá ao professor organizar os meios e criar ambiente propício à concretização do programa, de modo a que a aprendizagem seja (...) o reflexo do dinamismo das crianças e do desafio que a própria Matemática constitui para elas.”*

No presente estudo admite-se, a resolução de problemas como uma atividade essencial na aprendizagem dos alunos, e por isso considera-se que ensinar Matemática é sobretudo desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento, a criatividade e a capacidade de resolver problemas numa perspetiva de formação do cidadão.

Nesta investigação assume-se que a resolução de problemas constitui uma atividade muito importante na aprendizagem na Matemática no 1º ciclo do Ensino Básico, porque exige da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e

relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais.

*“A resolução de problemas é uma atividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático. Neste processo, os alunos devem compreender que um problema matemático, frequentemente, pode ser resolvido através de diferentes estratégias e dar atenção à análise retrospectiva da sua resolução e apreciação das soluções que obtêm.”* (Programa de Matemática do Ensino Básico. Ministério da Educação; 2007, p. 6). A resolução de problemas não deve ser confundida com atividades vagas de exploração e de descoberta. Os alunos devem começar por apresentar estratégias de resolução mais informais, recorrendo a esquemas, diagramas, tabelas ou outras representações, mas devem ser incentivados pelo professor a recorrer progressivamente a métodos mais organizados e formalizados.

Os problemas devem ser diversificados e apelativos para a utilização de diferentes estratégias de resolução para permitir diferentes representações por parte dos alunos. Nesta investigação irão ser apresentados diferentes problemas, com o principal objetivo de investigar qual o tipo de representações (ativas, icónicas e simbólicas) utilizadas pelos alunos e qual a sua relevância na sua resolução desses problemas.

Este estudo trata-se de uma investigação de natureza qualitativa, interpretando as respostas dos alunos às tarefas propostas.

## **2. Objetivos/questões do estudo**

Este estudo foi desenvolvido numa sala de 3º ano, da turma 7, do 1º Ciclo do Ensino Básico da Escola de Santa Maria, onde simultaneamente foi realizada a Prática de Ensino Supervisionada. O presente estudo tem como finalidade averiguar o contributo das representações Matemáticas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão. Pretendendo-se, deste modo, alcançar os seguintes objetivos:

- Identificar as representações que os alunos utilizam para resolver problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão.
- Reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão.
- Averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão.
- Verificar as estratégias utilizadas pelos alunos durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão.

**Figura 1-** Objetivos a alcançar com esta investigação

Os objetivos acima mencionados conduzem à necessidade de uma investigação sobre a temática das representações usadas na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão, expondo estratégias que desenvolvam o uso das diferentes representações na prática de resolução de problemas na sala de aula.

Neste sentido, é nosso intuito quais são as representações/ estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver os problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão, reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas e averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas. Nesta lógica, definimos as seguintes questões de investigação as quais estão intimamente relacionados com os objetivos previamente referidos e que nos ajudarão à obtenção, de conclusões mais claras e precisas:

- Quais são as representações mais usadas pelos alunos na abordagem a resolução de problemas da multiplicação e divisão?
- Quais são os contributos da utilização das representações na resolução das tarefas propostas?
- Que dificuldades sentiram os alunos na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão?
- Que estratégias são utilizadas pelos alunos durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão?

**Figura 2-** Questões desta investigação

### **3. Estrutura do estudo**

Este trabalho foi organizado em cinco capítulos cuja organização se descreve de seguida:

Capítulo 1 - Introdução: faz-se uma breve abordagem ao contexto geral da investigação e apresentam-se algumas reflexões sobre a pertinência deste estudo, assim como a finalidade, o problema, os objetivos e as questões que orientaram esta investigação.

No capítulo 2 – Enquadramento Teórico: é referido o ensino da matemática, o problema matemático em sala de aula, e o papel das representações no raciocínio matemático. Também se esclarece o conceito de multiplicação e divisão, onde se identificam os objetivos a serem alcançados neste nível de ensino.

No capítulo 3 - Metodologia: explicita o processo metodológico, caracterizando o campo de estudo, os participantes e descrevendo a metodologia, as técnicas e os instrumentos de análise e recolha de dados utilizados ao longo da investigação.

No capítulo 4 - Apresentação e discussão dos resultados: apresentam-se, analisam-se e discutem-se os dados obtidos.

No capítulo 5 - Considerações Finais: tecem-se algumas considerações sobre o problema em estudo, apresentam-se as principais conclusões e limitações desta investigação e sugerem-se alguns aspetos a serem contemplados em futuros trabalhos de investigação.

No final apresentam-se as referências bibliográficas mais pertinentes e, por último, incluem-se os apêndices.

## Capítulo 2- Enquadramento Teórico

Neste capítulo, dedicado ao enquadramento teórico, pretende-se resumir e contextualizar os temas relacionados com esta investigação.

No primeiro tópico será descrito o Ensino da Matemática, descrevendo o seu conceito, e modo de agir quanto à sua abordagem pedagógica.

No segundo tópico será relatado o problema matemático em sala de aula, para perceber a forma como os alunos encaram os problemas matemáticos, quais as representações que eles usam e qual o seu contributo na resolução de problemas.

Ao longo deste enquadramento clarifica-se, ainda, o conceito de multiplicação e divisão, apresentando uma breve descrição sobre ambos, no contexto deste ano de formação.

### 2.1 O Ensino da Matemática

A Matemática é uma ciência que deve exigir uma formação sólida desde cedo, que permita aos alunos compreender e utilizar esta ciência em vários planos da sua vida presente e futura.

Muitas vezes *“na vida real, os cidadãos enfrentam diversas situações (quando fazem compras, viajam, cozinham, lidam com as suas próprias finanças, julgam questões políticas, etc.) em que o uso de raciocínio quantitativo ou espacial, ou ainda de outras competências matemáticas, ajuda a clarificar, a formular ou a resolver um problema”* (Gave, 2004, p. 8). Essas utilizações da matemática são muitas vezes apoiadas nas competências aprendidas e praticadas em vários tipos de problemas propostos em manuais e na sala de aula.

É cada vez mais importante ser estudada de forma rigorosa, por se adequar diariamente a várias situações do quotidiano. É ela que nos permite ter raciocínios que vão muito além das salas de aula - quer no campo profissional, quer no campo pessoal ou até, em última instância, em relações na e para com a sociedade.

As crianças são cada vez mais confrontadas com um conjunto de tarefas que envolvem conceitos quantitativos, espaciais, probabilísticos, etc. Esses contextos variam entre os que são unicamente matemáticos e outros em que, à partida, a estrutura matemática está presente ou é visível.

É importante que o aluno tenha bem definido a noção de literacia matemática *“como a capacidade de identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo.”* (Gave 2004, p. 8). A criança deve ser

capaz de aplicar a resolução de problemas nas diferentes situações do seu dia-a-dia, utilizando a Matemática em vários contextos, que podem ir do quotidiano ao invulgar, do simples ao complexo.

O atual Programa do Ensino Básico defende que na matemática *“os temas em estudo são introduzidos de forma progressiva, começando-se por um tratamento experimental e concreto, caminhando-se faseadamente para uma conceção mais abstrata.”* (Programa e Metas Curriculares Matemática, 2013, p. 8), ou seja é importante que se cultive de forma progressiva, desde o 1.º ciclo, algumas características próprias da Matemática, como o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos ou a precisão dos resultados.

Segundo Mialaret (1975, p. 112) *“ a criança é capaz de tirar partido dos seus ensaios anteriores” e “é preciso fazer adquirir à criança (...) [o hábito de] procurar a classe de problemas à qual pertence aquele que precisa de resolver”.*

O ensino desta matéria é muito importante por se cruzar constantemente com a vida real e, mais do que isso, por ser um auxílio para o desenvolvimento pessoal do ser humano. Os alunos devem, por isto, conseguir discutir e justificar um problema e as opções que tomaram perante este. Em termos ideais, pode dizer-se que a Matemática atingiria o expoente máximo do seu sucesso se os alunos aplicassem esta ciência em contexto escolar e não escolar e desenvolvessem uma postura crítica em relação ao que está direta e indiretamente associado a esta ciência. Sustenta esta ideia Moreira e Oliveira (2003, p. 20) ao argumentar que a educação matemática ajuda os alunos a *“tornarem-se indivíduos competentes, críticos e confiantes nas participações sociais que se relacionem com a matemática”.*

Deste modo, a Matemática não é apenas uma área da educação que tem o seu início e fim dentro da sala de aula. Nós interagimos todos os dias através da Matemática, quer na resolução de problemas simples de adição e subtração, quer através de raciocínios mais complexos, em que recorremos a sistemas de multiplicação e divisão. Por tudo isto, *“parte do papel do educador consiste em ensinar as crianças a fazer a ligação entre a Matemática e a realidade”* (Mialaret, 1975, p. 115) a estimulá-la, de forma dinâmica, na resolução de problemas para que se sintam motivados na sua resolução/aplicação numa relação com a realidade, onde o aluno entenda a sua utilidade.

## 2.2 O Problema Matemático em Sala de Aula

As estratégias de ensino e de aprendizagem têm sido um foco importante de reflexão desde o século XX, ou, mais precisamente, desde a Segunda Guerra Mundial<sup>1</sup>. Vieira e Vieira (2005, p. 9) centram-se em teorias do educador americano Novak (1988), para suportar esta ideia. Este autor recorre,

---

<sup>1</sup> Pólya publica o seu livro, cujo título, na versão original é *How to solve it*, em 1945;

por sua vez, a Sócrates quando este utilizou um método de questionamento para provar que o conhecimento estava presente na mente das pessoas. Sócrates “*fazia questões, sequencialmente*” para comprovar esta teoria: todos detinham conhecimento quer “escravos, ou imperadores”. Através deste procedimento, os autores concluem que existe uma estratégia de ensino que deve assentar em três aspetos: na “*ativa participação dos alunos*”, “*no elevado grau de realidade ou concretização*” e no “*maior interesse pessoal ou envolvimento do aluno*” (Vieira e Vieira, 2005, p. 10). Só através da parceria entre estas três dimensões se consegue que o aluno integre o raciocínio pretendido e chegue às suas próprias conclusões em sala de aula, que assimilará e associará a outras, no futuro.

Para que haja um desenvolvimento numa discussão é necessário “*habilidade didática para começar a discussão, para fazer perguntas, para avaliar o progresso do grupo, e para vencer as resistências*” (Vieira e Vieira, 2005, p. 23), ou seja, quando um aluno interage numa discussão de desenvolvimento, tem de assumir uma atitude de liderança, de inovação e de dinâmica para argumentar, pensar sobre os argumentos dos restantes elementos e contra-argumentar. Isto não é mais do que o princípio do desenvolvimento do espírito crítico. Existem algumas situações da vida real que se aplicam diretamente na matemática<sup>2</sup>, assim como há outras que necessitam da matemática para se verem solucionadas, sem estarem à partida imediatamente relacionadas com esta disciplina<sup>3</sup>.

Um bom problema deverá geralmente possuir três características:

- Ser desafiante e interessante a partir de uma perspetiva matemática;
- Ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;
- Ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.

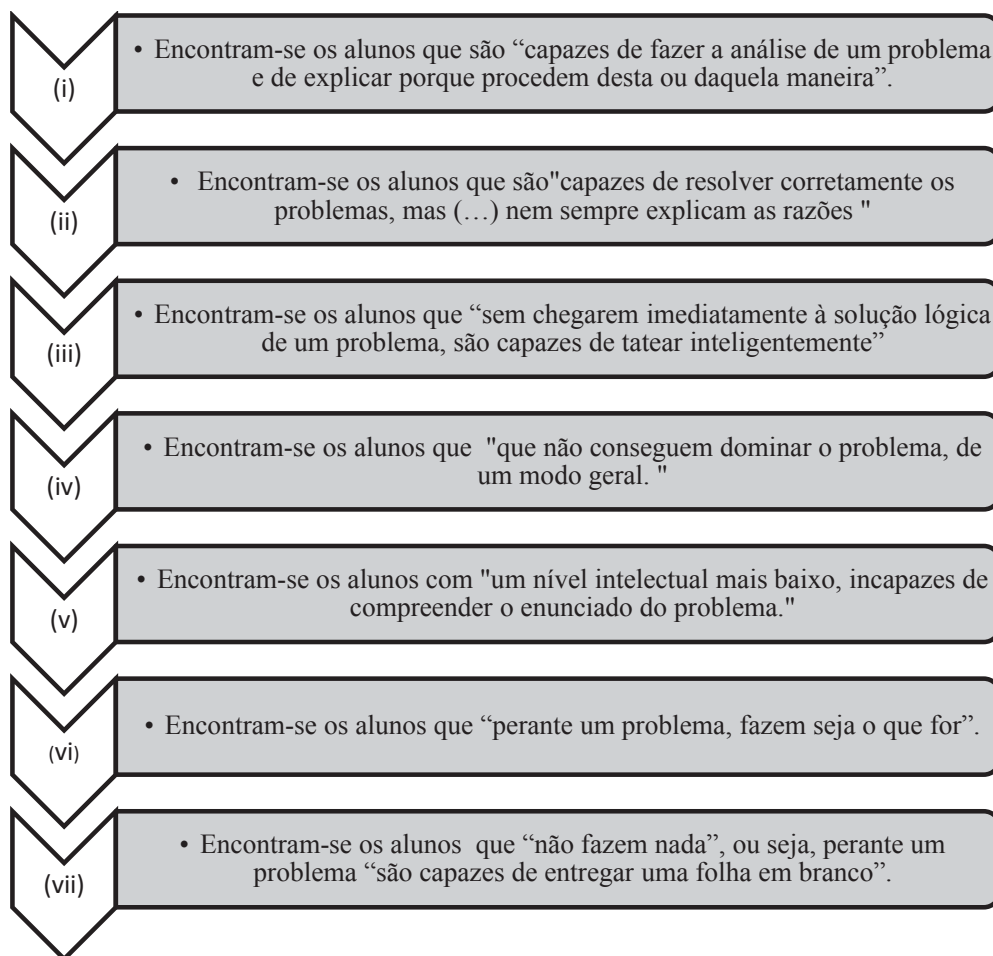
Segundo Mialaret (1975) o aluno tem vários perfis, tal como está referenciado no seu livro *A aprendizagem da matemática*. Para o autor, o aluno quando se depara com um problema matemático depara-se com um conjunto de perfis como podemos observar na figura 3 e caracteriza-os como “categorias de comportamento” (Mialaret, 1975, p. 111).

---

<sup>2</sup> A título de exemplo. Inquéritos e pesquisas;

<sup>3</sup> Por exemplo, trabalho de campo;





**Figura 3** - Categorias de comportamento na resolução de problemas, segundo o autor Mialaret (1975)

Resumidamente, o autor caracteriza a primeira categoria aquela em que os alunos são “*capazes de fazer a análise de um problema e de explicar porque procedem desta ou daquela maneira*”. Nesta categoria os alunos possuem um raciocínio que está correto e conseguem justificar todos os seus passos.

Posteriormente está a segunda categoria onde se encontram os alunos que “*são capazes de resolver corretamente os problemas, mas (...) nem sempre explicam as razões de como procederam*”. Nesta categoria os alunos já sentem mais dificuldade em explicar o seu raciocínio matemático. Na terceira categoria encontram-se os alunos que “*sem chegarem imediatamente à solução lógica de um problema, são capazes de tatear inteligentemente*”. Nesta categoria os alunos utilizam uma dedução lógica para chegar a solução do problema. Na quarta categoria os “*alunos não conseguem dominar o problema, de um modo geral*”, sendo que estes alunos dão a impressão que o seu campo de consciência é demasiado limitado e que lhes é impossível tomar em consideração todos os elementos do problema.

Para eles, resolver o problema significa fazer operações e, por isso, *“põem-se a somar os números, sem terem atingido qualquer visão de conjunto do problema a resolver”* (Mialaret, 1975, p. 114). Existem ainda a quinta categoria onde se encontram as *“crianças com um nível intelectual mais baixo, incapazes de compreender o enunciado do problema.”* Nesta categoria de comportamento, existem dois perfis diferentes de alunos, os que não têm um nível intelectual suficiente, com um QI inferior à média e aqueles que têm um bloqueio da atividade intelectual, quando se deparam com vocabulário novo e demasiado complicado.

Na sexta categoria encontram-se as crianças que, *“perante um problema, fazem seja o que for”*, ficando-se com a impressão de que fazem qualquer coisa na folha, porque é necessário atuar, sem perceber muitas das vezes o seu significado.

Por último, na sétima categoria é onde se encontram as crianças que *“não fazem nada”*, ou seja, perante um problema *“são capazes de entregar uma folha em branco”*. As razões para esta reação podem ser muitas: ou os alunos ficam totalmente inibidos perante um exercício de Matemática, ou percebem que não vão ter tempo para o resolver e, por isso, nem o começam, ou ainda, preferem não resolver a dar uma resposta errada. Também existem alunos que não entendem o enunciado, ou os que são muito bons, mas orgulhosos, e, por esta razão, preferem apresentar uma folha em branco, do que apresentar um exercício com falhas de resolução.

Daqui depreende-se que aquando a resolução de problemas matemáticos, não nos podemos centrar exclusivamente na resolução do problema, mas também em perfis dos alunos.

Pode dizer-se que existe um processo conjunto entre o professor e o aluno, em que a resolução do problema é a ferramenta de comunicação, mas não se pode deixar de prestar atenção a todos os restantes intervenientes. (Jean Bruner, 1996, p. 21) cita Piaget num contexto que se adapta ao que estamos agora a explorar. Para Piaget, *“o conhecimento, incluindo o conhecimento matemático, deriva da adaptação do indivíduo ao seu meio (...), que é (...) [um] jogo entre assimilações e acomodações”*. Jean-Pierre Levain, noutra perspetiva do entendimento do aluno perante a resolução de problemas, defende que *“o desempenho, sobretudo o das crianças mais novas, é melhor sempre que a questão é colocada mais no princípio do enunciado do que no fim como geralmente acontece no quadro escolar”* (Levain, 1997, p. 72).

Esta perspetiva converge para uma ideia também defendida por Mialaret, quando este autor escreve que há uma categoria de comportamento<sup>4</sup> em que se inserem crianças que analisam *“apenas uma parte do enunciado, ou melhor, quando consideram uma parte dos dados do enunciado, esquecem as outras”* (Mialaret, 1975, p. 113).

---

<sup>4</sup> Inserida dentro dos alunos que passam a ideia de que não dominam o problema de uma forma geral, como mencionado anteriormente;

Pólya (2003) constatou que a resolução de problemas matemáticos se desenvolve seguindo um percurso composto por vários momentos ou etapas, em que cada uma delas envolve processos cognitivos, ou capacidades de pensamento. O Modelo de Pólya atrás referido está representado no Quadro 1:

**Tabela 1 - Modelo de resolução de problemas, segundo Pólya (2003)**

<b>Etapas</b>	<b>Processos cognitivos/ capacidades de pensamento</b>
<b>Compreensão do problema</b>	Identificar os dados e as condições da situação; identificar os dados relevantes; clarificar termos e expressões; fazer e responder as questões sobre o problema de modo a precisar o que se pretende.
<b>Elaboração de um plano</b>	Estabelecer conexões com problemas já resolvidos, identificando semelhanças e diferenças; organizar a informação relevante para a resolução de um problema; procurar e avaliar várias estratégias e selecionar a que se afigura mais adequada e eficaz.
<b>Execução do plano</b>	Implementar a estratégia selecionada e tentar resolver o problema.
<b>Avaliação</b>	Rever e avaliar a razoabilidade e adequação da solução ao contexto e procurar estratégias alternativas de resolver o problema.

(Tenreiro–Vieira, p. 19)

O autor refere que o aluno na 1ª fase o aluno antes de mais, tem de entender o problema e traduzi-lo<sup>5</sup> (a tradução deve ser o levantamento dos dados do problema), de seguida na 2ª fase deve pensar numa hipótese de resolução, ou seja, identificar um plano, onde define o que pretende saber, na 3ª fase deve executá-lo, ou seja, colocar a hipótese em prática e no final na 4ª fase o aluno deverá verificar e interpretar o resultado obtido.

Esta última etapa pode incluir a verificação do resultado através do desenvolvimento do problema por outros meios.

<sup>5</sup> Mialaret (1975, p. 194) define a questão da tradução de um problema matemático como “capital”, que não é mais do que “uma passagem de um sistema de referência a outro sistema de referência”. O autor vai mas longe e defende, em última análise, que “em todas as etapas da vida psíquica podemos-nos encontrar em presença de uma “tradução” particular”;

Para o autor estas quatro etapas podem ajudar o aluno a organizar o seu processo de resolução de um dado problema. Ao longo das quatro etapas o aluno deverá colocar a si próprio uma série de questões que têm como objetivo organizar o seu pensamento de uma forma mais sistemática e eficaz.

No entanto Boavida *et al.* (2008), referem que o modelo de Pólya é bastante complexo para ser compreendido pelos alunos no 1.º ciclo. Por esta razão, apresentaram um modelo mais simplificado, onde a segunda e terceira fases estão articuladas, por serem na prática muito idênticas pois a partir do momento em que se delimita o plano, este começa imediatamente a ser desenvolvido. Segundo estes autores, a resolução de problemas deverá percorrer as seguintes etapas:

**Tabela 2** - Etapas de resolução de problemas, segundo Boavida *et al.* (2008)

<b>Etapas</b>	<b>Processos cognitivos/ capacidades de pensamento</b>
<b>Ler e compreender o problema</b>	Para que sejam reconhecidos os dados e as condições impostas para a sua resolução. Nesta etapa, deverão ser analisadas todas as palavras, expressões e exigências solicitadas; de seguida, dever-se-ão sistematizar os dados fundamentais, onde o professor deve colocar questões orientadoras acerca do problema de modo a que os alunos compreendam o que é pretendido.
<b>Fazer e executar um plano</b>	Devem ser seleccionadas as estratégias mais apropriadas para a resolução de cada problema, em concreto. Será importante recordar a resolução de um problema semelhante e/ou apresentar sub-problemas para facilitar a sua identificação. Após a identificação e recolha de informação, deve-se organizar a mesma numa tabela ou gráfico, para aprimorar a seleção de uma estratégia eficaz na resolução do problema. Por último, executa-se a estratégia previamente delineada.
<b>Verificar todos os cálculos</b>	Para confirmar eventualmente as soluções encontradas não se coadunarem com a interpretação/ contexto, dever-se-ão alterar as estratégias implementadas de forma a identificar soluções alternativas para o sucesso

Outros autores como Vale e Pimentel (2004, p. 24) também teceram opiniões sobre estratégias para a resolução de problemas *“fazem referência ao descobrir um padrão/descobrir uma regra ou lei de formação, estratégia que se centra em certos passos do problema e a solução é encontrada por generalizações de soluções específicas; à realização de tentativas e conjeturas onde a estratégia profetisa a solução; ao trabalhar do fim para o princípio; ao uso da dedução lógica/fazer eliminando estratégias que não são possíveis; ao reduzir a um problema mais simples/decomposição/simplificação; ao compor uma simulação, fazendo uma experimentação ou dramatização utilizando objetos que traduza o problema a ser resolvido, e à realização de um desenho, diagrama, gráfico ou esquema como estratégias de resolução de problemas.”*

Importa, por fim, salientar que as estratégias acima referidas podem ser utilizadas isoladamente, várias em simultâneo, ou em conjunto com diversas representações (desenho, diagrama, esquema, gráfico ou tabela), e que *“é importante distinguir o modelo de Pólya das estratégias. O modelo proporciona uma visão geral de como nos devemos movimentar na resolução de um problema, enquanto as estratégias são ferramentas que, a maior parte das vezes, se identificam com processos de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas. O conhecimento matemático e as estratégias de raciocínio devem ser aprendidas e usadas em simultâneo e não isoladamente.”* (Boavida et al., 2008, p. 23)

### **2.3 O Papel das Representações no Raciocínio Matemático**

Existe muitos autores que destacam desde os anos 80, às representações dos problemas numéricos pela sua extrema importância. (Bishop e Goffree, 1986; Janvier, 1987, citado por Pontes e Vélez).

Tem sido comprovado que é através de representações matemáticas que o aluno desenvolve/apresenta o raciocínio matemático, como tal é fundamental que os alunos desenvolvam as suas capacidades matemáticas e utilizem diferentes representações.

De acordo com Bruner (1999, p. 66), citado por Pinto (2012), na resolução das tarefas os alunos podem utilizar diferentes representações, as quais são entendidas *“por um conjunto de ações apropriadas para alcançar certo resultado (representação ativa); por um conjunto de imagens ou gráficos sumários que representam um conceito sem o definirem plenamente (representação icónica); e por um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas extraídas de um sistema simbólico que é regido por regras ou leis para a formação e transformação de proposições (representação simbólica).”*

No Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), a resolução de problemas surge como

uma capacidade transversal em que as representações no ensino e aprendizagem devem ocorrer de forma mais explícita e organizada.

Neste programa é definido que os alunos devem:

- Traduzir a informação apresentada numa forma de representação para outra, em particular traduzir para termos matemáticos informação apresentada em linguagem natural;
- Representar um mesmo conjunto de dados utilizando várias representações gráficas, selecionando a mais elucidativa de acordo com a informação que se pretende transmitir.
- Ler e interpretar representações simbólicas, tabelas e gráficos, e apresentar informação em qualquer destas formas de representação;
- Elaborar e usar representações para registar, organizar e comunicar ideias matemáticas;
- Usar representações para modelar, interpretar e analisar situações matemáticas e não matemáticas, incluindo fenómenos naturais ou sociais.
- Compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;
- Apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;

No entanto no Programa de Matemática do Ensino Básico (2013), a resolução de problemas é mais generalizado no nível dos objetivos, referindo que os alunos devem:

- Identificar/designar: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, não se exigindo que enuncie formalmente as definições indicadas (salvo nas situações mais simples), mas antes que reconheça os diferentes objetos e conceitos em exemplos concretos, desenhos, etc.
- Estender: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, reconhecendo que se trata de uma generalização.
- Reconhecer: O aluno deve reconhecer intuitivamente a veracidade do enunciado em causa em exemplos concretos. Em casos muito simples, poderá apresentar argumentos que envolvam outros resultados já estudados e que expliquem a validade do enunciado.
- Saber: O aluno deve conhecer o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

Ao atingir estes objetivos os alunos devem reconhecer e compreender diferentes tipos de representações, reconhecendo qual a representação mais eficaz na resolução de problemas numéricos, como nos clarifica Bruner, quando afirma: “*O desenvolvimento cognitivo da criança depende da utilização de técnicas de elaboração da informação, com o fim de codificar a experiência, tendo em conta os vários sistemas de representação ao seu dispor*” (Bruner, 1973, p. 1).

## 2.4 Conceito de representação

Os alunos normalmente têm tendência para recorrer a representações do raciocínio matemático, porque é através delas que organizam o seu próprio raciocínio. Estas representações são, por isso, algo que substitui o que é transmitido, algo que o aluno caracteriza ou figura, algo que a criança adapta ao que é novo.

Uma representação é uma figura que podemos utilizar para representar uma ideia ou um procedimento utilizando diversas formas, ou seja, com uma representação podemos, por exemplo, agir em lugar de, ser interpretada como, conectar-se, adaptar a, revelar, codificar, recordar, classificar, ligar, significar, produzir, referir-se, comparar, servir como metáfora para, substituir, sugerir, ou simbolizar o elemento representado (Goldin, 2002).

No domínio do desenvolvimento cognitivo, a representação, ou um sistema de representação, é um conjunto de regras através das quais se pode preservar aquilo que foi experimentado em diferentes situações (Bruner, 1999). A representação relaciona-se com *“a forma como a criança se liberta dos estímulos presentes e conserva a experiência passada num modelo”*, com *“as regras que regem o armazenamento”* e a forma de readquirir a informação desse modelo (Bruner, 1999, p. 27).

Existem três grandes tipos de representações: As representações ativas, as representações icónicas, e as representações simbólicas, como podemos observar na tabela seguinte:

**Tabela 3 - Tipos de Representações**

<b>Tipos de Representações</b>	
<b>Representações Ativas</b>	Manipulação de objetos
<b>Representações Icónicas</b>	Representações pictóricas (desenhos)
	Diagramas
	Símbolos não convencionais
<b>Representações Simbólicas</b>	Algarismos e Números
	Sinais de operações e sinal de igual/expressões matemáticas
	Letras/palavras

Ponte e Serrazina (2000) definem também quatro grupos de processos que são muitas vezes utilizados pelos alunos. São eles a representação<sup>6</sup>, relacionar e operar<sup>7</sup>, resolver problemas e investigar situações matemáticas e situações externas à matemática e comunicar<sup>8</sup>.

<sup>6</sup> Para representarem recorrem a símbolos e gráficos;

## 2.5 Representações e linguagens

O termo representação, como muitos outros, tem múltiplos significados que se completam. Refere-se quer ao ato de capturar um conceito ou relação- processo, quer à sua forma propriamente dita- produto. Neste texto usa-se o termo representação em ambos os sentidos, ou seja a representação surge tanto à forma que as crianças escolhem para representar o que lhes foi pedido, como também significa a forma como o representaram e a representação que utilizaram.

Quer enquanto processo, quer enquanto produto, as representações de ideias matemáticas correspondem tanto a processos observados externamente, como a processos que ocorrem internamente na estrutura cognitiva<sup>9</sup> das pessoas que estão a trabalhar em Matemática. Todas estas dimensões devem ser tidas em consideração no ensino e aprendizagem da Matemática.

Na verdade, a compreensão das representações aliada à capacidade de representar ideias, constituem ferramentas fundamentais para pensar matematicamente. Por esta razão, *“as representações deverão ser tratadas como elementos essenciais no apoio à compreensão, por parte dos alunos, dos conceitos e das relações matemáticas, na comunicação de abordagens, argumentos e conhecimentos matemáticos, para si mesmos e para os outros, na identificação de conexões entre conceitos matemáticos interrelacionados, e na aplicação da matemática a problemas realistas, através da modelação”* (NCTM, 2007, p. 75).

Podem ter-se representações convencionais e não convencionais, mas a existência de mais do que um tipo de representações é essencial para que possa haver comunicação e compreensão.

Por sua vez, é através da comunicação que se negociam representações. Existem várias formas de representar ideias matemáticas, como descritas anteriormente: as representações ativas, as representações icónicas e as representações simbólicas (Bruner, 1999).

As representações ativas estão associadas à ação, ou seja, estão ligadas à manipulação de objetos, sejam eles de uso corrente ou especialmente realizados como material didático. A importância deste modo de representação decorre do pressuposto de que o conhecimento surge através da ação. Assim, a manipulação direta e adequada de objetos, sejam eles de uso corrente ou especialmente concebidos como material didático, e a simulação de situações, propiciam oportunidades para criar modelos ilustrativos, contribuindo para a construção de conceitos.

As representações icónicas baseiam-se na organização visual, no uso de figuras, imagens, esquemas, diagramas, ou desenhos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre eles.

---

<sup>7</sup> Os alunos recorrem a cálculos e deduzem de situações do quotidiano;

<sup>8</sup> Para comunicarem recorrem a vários suportes;

<sup>9</sup> Processo pelo qual as pessoas organizam um determinado assunto na sua memória, ver por exemplo Almeida (2014)



Por último as representações simbólicas consistem na tradução da experiência em termos da linguagem simbólica. Não correspondem apenas aos símbolos que representam ideias matemáticas, como também à todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a Matemática, quer para a sua compreensão.

Estas diferentes possibilidades de representação não devem ser entendidas como autónomas, independentes ou alternativas umas às outras. Na verdade, podem ser usadas simultaneamente ou segundo várias combinações que surjam ao longo de toda a vida.

Isso pode ser útil para orientar o trabalho do professor, na medida em que este deve decidir se, e quando, usa ou incentiva a usar cada um dos diferentes modos de representação.

## **2.6 A Matemática na Multiplicação e na Divisão**

No Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), a resolução de problemas surge como uma capacidade transversal em que as representações no seu ensino e aprendizagem devem ocorrer de forma mais explícita e organizada.

De acordo com o programa deste nível de ensino os alunos devem:

- Traduzir informação apresentada numa forma de representação para outra, em particular traduzir para termos matemáticos informação apresentada em linguagem natural;
- Representar um mesmo conjunto de dados utilizando várias representações gráficas, selecionando a mais elucidativa de acordo com a informação que se pretende transmitir.
- Ler e interpretar representações simbólicas, tabelas e gráficos, e apresentar informação em qualquer destas formas de representação;
- Elaborar e usar representações para registar, organizar e comunicar ideias matemáticas;
- Usar representações para modelar, interpretar e analisar situações matemáticas e não matemáticas, incluindo fenómenos naturais ou sociais.
- Compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;
- Apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;

No entanto no Programa de Matemática do Ensino Básico (2013), a resolução de problemas é, na nossa opinião e como já foi referido anteriormente mais generalizado ao nível dos objetivos, referindo que os alunos devem utilizar corretamente a designação referida, não se exigindo que enuncie formalmente as definições indicadas, mas sim que reconheça os diferentes objetos e conceitos, que utilize corretamente a designação referida, reconhecendo que se trata de uma generalização e que

reconheça intuitivamente a veracidade do enunciado em causa em exemplos concretos. Em casos muito simples, poderá apresentar argumentos que envolvam outros resultados já estudados e que expliquem a validade do enunciado. O aluno deve ainda conhecer o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

Vários estudos têm vindo a comprovar que *“os alunos são capazes de resolver problemas de multiplicação ou de divisão mesmo antes de terem trabalhado formalmente estas operações”* (Mendes, 2012, p. 73). As crianças inventam estratégias que lhes são familiares e associam-nas a modelos multiplicativos ou de divisão, criando assim uma via que os ajuda a chegar à solução. Isto porque os alunos não consideram *os* problemas de divisão são muito distintos dos da multiplicação e utilizam as duas operações como forma de complementar resultados. *“Os alunos produzem, inicialmente, uma nova estratégia para resolver problemas se a situação lhes é familiar e se conhecem factos relevantes associados”* e posteriormente utilizam essas estratégias noutros contextos e, deste modo, o seu conhecimento sobre situações multiplicativas e de divisão vai aumentando. No entanto, nas escolas, os professores fazem uma abordagem à multiplicação e, só posteriormente, introduzem a divisão, fundamentando a sua opção na dificuldade desta última operação, tal como podemos atentar no registo das entrevistas realizadas aos professores no âmbito deste trabalho.

A este propósito Mendes (2012, p. 75) refere que Os alunos *“logo nos primeiros anos de escolaridade, devem resolver problemas de palavras multiplicativas, em que possam relacionar a multiplicação e a divisão e a comutatividade da multiplicação”*.

De acordo ainda com outros autores, o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo é tanto mais rico quanto maior for a diversidade de situações com as quais a criança se depare.

Compreender o raciocínio multiplicativo, requer uma transformação muito importante no pensamento das crianças e que se adquire ao longo do tempo.

Desde muito pequenas, e portanto antes de uma aprendizagem formal, as crianças são confrontadas, no seu dia-a-dia, com situações de multiplicação e divisão e resolvem-nas da forma que para elas faz mais sentido, como por exemplo nas tarefas:

“Cada cromo custa 0,50 cêntimos quantos cromos posso comprar com 2 euros?”

“Cada cromo custa 0,50 cêntimos, eu quero comprar 5 cromos quanto dinheiro eu vou gastar?”

É, pois, importante que os alunos tenham oportunidade de resolver uma grande variedade de problemas que embora mobilizem a mesma operação tenham uma estrutura diferente e envolvam novos sentidos de número.

Quando se ensina a multiplicação a metodologia a seguir deverá partir da resolução de problemas. Os alunos de início devem resolvê-los por recurso a estratégias de ação (manuseamento de

objetos) ou estratégias icônicas (fazendo desenhos), ou ainda através de expressões aditivas de parcelas iguais.

*“Durante algum tempo devemos deixar que as crianças resolvam problemas usando estes três processos, sendo aconselhável que algum tempo de depois deixem de usar as expressões aditivas e expressem o seu raciocínio através da palavra grupos para facilitar no seu raciocínio”.* (Pires, 1992, p. 61)

É essencial que os alunos percebam esta designação porque lhes permite consciencializar que estamos perante grupos iguais de objetos, o que lhes facilitará a distinção das situações de multiplicação.

Importa referir que só quando estas várias formas de expressar raciocínios de multiplicação forem corretas e habitualmente usadas pelos alunos sem dificuldade, é que o professor deverá introduzir a operação de multiplicação e o seu respetivo símbolo.

Uma das dificuldades iniciais sentidas por muitas crianças quando resolvem um problema de multiplicação está quando adicionam o multiplicador ao multiplicando, porque a criança até ao momento de aprendizagem, sabe que a uma situação de reunir se resolve por meio de uma adição. Cabe ao professor perante esta situação encontrar estratégias para as ajudar a ultrapassar esta dificuldade, recorrendo por exemplo à representação da situação através de material ou do desenho.

A divisão está relacionada com as outras operações (adição, subtração e multiplicação) e as crianças só devem conhecê-la, *“enquanto operação, depois de se mostrarem capazes de resolver problemas com ela relacionados por recurso a raciocínio de tipo aditivo, subtrativo e multiplicativo”.* (Pires, 1992, p. 70).

Deve-se aproveitar o facto de estar relacionada com as outras operações e de ser possível resolver um problema de divisão com recurso a uma das outras três operações para desenvolver o raciocínio operatório das crianças e a criatividade na resolução de problemas.

Desta forma as crianças devem ter liberdade para recorrer a qualquer uma das estratégias para resolver os problemas. É importante referir que só quando as crianças resolverem com facilidade os problemas utilizando uma dessas estratégias é que se deve apresentar a divisão como uma nova operação.

Em suma as estratégias que as crianças usam para resolver os vários tipos de problemas, quer sejam de multiplicação ou divisão, estão relacionadas com a representação mental que elas fazem das situações, podendo ser modeladas com o recurso a materiais manipuláveis ou a qualquer outra estratégia. O essencial é que a criança possa recorrer aos seus próprios métodos, as suas estratégias de resolução, e tenha ainda oportunidade de confrontar/comparar os seus processos com os dos colegas.

## Capítulo 3 - Estudo Empírico

Neste ponto apresenta-se e justifica-se as opções metodológicas utilizadas no âmbito da presente investigação. Nesta secção também é descrito o contexto em que irá decorrer a investigação bem como o seu desenvolvimento. Também serão referidas as técnicas utilizadas na recolha dos dados e a sua análise.

### 3.1 Metodologia

Como já referimos neste estudo pretende-se identificar quais são as representações/ estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão, reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas e averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas.

A realização deste estudo foi concretizada com todos os alunos do 3º ano da turma 7, e todo o corpo docente do respetivo ano da Escola de Santa Maria, para averiguar a sua perspetiva em relação ao tema em análise.

Este estudo trata-se de uma investigação de natureza qualitativa, interpretando as respostas dos alunos às tarefas propostas.

Nesta tipologia de estudo, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 49), o investigador tem como base a fonte direta de dados num ambiente natural, complementando-se através da informação que se obtém com a situação em si, por intermédio da observação e da entrevista, entre outras técnicas e instrumentos de recolha de dados. Para estes autores, este tipo de investigação caracteriza-se por ser descritiva, pois a *“palavra escrita assume particular importância (...), tanto para o registo dos dados como a disseminação dos resultados”*

Uma abordagem da investigação qualitativa exige do investigador especial atenção a cada detalhe do ambiente que o rodeia, visto que tudo pode ser uma mais-valia para uma melhor compreensão do seu objeto de estudo.

Para além do referido anteriormente, o objetivo da investigação qualitativa centra-se mais nos processos do que apenas nos resultados ou produtos.

Relativamente à análise dos dados recolhidos, Bogdan e Biklen (1994, p. 50), referem que através deste tipo de investigação o investigador tem tendência a analisá-los de forma indutiva, isto é o investigador não recolhe *“dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados*

*particulares recolhidos se vão agrupando*". Os mesmos autores equiparam o processo de análise a um funil, uma vez que *"as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo"*. O significado também possui extrema importância neste tipo de investigação, porque os investigadores qualitativos procuraram registar rigorosamente, a forma como as pessoas dão sentido e interpretam os significados.

Para além de uma natureza qualitativa esta investigação pressupõe ainda uma perspetiva interpretativa. Segundo Ponte (1994, p. 14), a perspetiva interpretativa é uma das perspetivas teóricas fundamentais na qual se apoia a investigação qualitativa, afirmando mesmo que *"a atividade humana é fundamentalmente uma experiência social em que cada um vai constantemente elaborando significado (meaning making)"*.

Com base em outras investigações, Ponte (1994, p. 15) caracteriza a investigação de tipo interpretativo do seguinte modo:

*"- Preocupa-se essencialmente com os processos e as dinâmicas.*

*-Mais do que qualquer outra, depende de forma decisiva do investigador ou da equipa de investigação.*

*- Procede por indução, reformulando os seus objetivos, problemáticas e instrumentos no curso do seu desenvolvimento.*

*- Baseia-se em descrição grossa, que vai além dos factos e das aparências, apresentando com grande riqueza de pormenor o contexto, as emoções e as interações sociais que ligam os diversos participantes entre si."*

O estudo desenvolvido no âmbito da presente investigação desenvolveu-se no contexto da Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado na Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º ciclo do Ensino Básico. Foram apresentados aos alunos, um conjunto de problemas numéricos, onde através de observação direta e de uma análise pormenorizada dos problemas propostos, foi possível identificar o tipo de representações utilizadas na sua resolução, e ainda estudar o contributo dessas representações na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão. Todos os problemas apresentados foram diversificados para que os alunos pudessem utilizar diversas estratégias para a sua resolução e empregar um leque diversificado de representações.

Deste modo, a investigação realizada foi simultaneamente uma investigação sobre a própria prática. Segundo (Ponte, 2002, p. 6) *"a investigação sobre a prática profissional, a par da sua participação no desenvolvimento curricular, constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores."*, ou seja, esta tanto pode pretender alterar algo sobre esta, como por outro lado tentar entender a problemática que afeta essa mesma prática, com o intuito de, no futuro definir estratégias para a resolução da mesma. Este tipo de investigação pode no ajudar desenvolvimento profissional dos

professores envolvidos e ainda na aquisição de conhecimento sobre os processos educativos. Todavia, para se realizar este tipo de investigação é crucial a adoção por parte do professor de uma *“atitude questionante e reflexiva”* Ponte (2002, p. 15)

Para realizar este estudo, optamos pela modalidade de estudo de caso adequado à natureza dos resultados finais que se pretendem obter nesta investigação. Também se trata de uma investigação de natureza empírica uma vez que tem por base trabalho de campo ou análise documental.

Um estudo de caso não é experimental, porque o investigador não pretende alterar a situação mas sim compreendê-la, descrevendo literalmente o que observa. O estudo de caso é um tipo de investigação que estuda o que há de essencial e característico numa situação específica, inserida num determinado contexto. Ponte (1994, p. 17) resume da seguinte forma o papel do estudo de caso:

*(...) “os estudos de caso não se usam quando se quer conhecer propriedades gerais de toda uma população. Pelo contrário, usam-se para compreender a especificidade de uma dada situação ou fenómeno, para estudar os processos e as dinâmicas da prática, com vista à sua melhoria, ou para ajudar um dado organismo ou decisor a definir novas políticas, ou ainda para formular novas teorias”*

Um estudo de caso é estimado como uma pesquisa descritiva, uma vez que procura realizar uma descrição *“factual, literal, sistemática e, tanto quanto possível completa, do seu objeto de estudo”* (Ponte, 1994, p. 7-8).

## **3.2 Contexto da investigação**

### **3.2.1 Escola**

A EBI de Santa Maria, onde foi realizada esta investigação, pertence ao Agrupamento de Escolas nº 1 que se encontra situado na cidade de Beja que é capital de distrito e da sub-região do Baixo Alentejo, com cerca de 23.500 habitantes. Beja é Sede de um dos maiores municípios de Portugal, com 1141 km<sup>2</sup> de área e 35.762 habitantes (em 2001) e o concelho subdivide-se em 18 freguesias.

O Agrupamento n.º 1 de Beja situa-se na zona periférica de Beja, mais precisamente, na freguesia de Santa Maria da Feira, na rua Fernando Pessoa.

No ano letivo de 1996/97, por proposta do Ministro da Educação, tornou-se uma escola Sede de um “Território Educativo de Intervenção Prioritária” (TEIP). Sofreu várias alterações até ao ano letivo 2005/06, na qual se tornou de, EBI de Santa Maria.

No que se refere ao espaço interior do Centro Escolar de Santa Maria, este encontra-se dividido em dois pisos e é composto por onze salas de aulas, uma sala dos professores, um gabinete do

coordenador, uma sala polivalente, quatro sanitários para os alunos e dois para professores, uma arrecadação, uma sala de Serviços de Psicologia e Orientação e uma biblioteca. Existe uma sala, multiusos que está dentro da escola, é uma sala onde se podem realizar diversas atividades como aulas simples de expressão motora, festas, sessões de estudo coletivo ou simplesmente para os alunos estarem no intervalo quando está a chover. Nesta sala existem armários com alguns materiais simples para realizar atividades motoras como pinos, arcos, varas e bolas. Dentro do edifício também existem casas de banho para os adultos e umas escadas para subir para as salas que são largas e os alunos sabem qual o lado por onde devem subir porém existem dois locais de destaque: a sala multiuso e o recreio.

No que diz respeito ao espaço exterior da escola compõe o recreio que é partilhado com o Jardim de Infância, sendo este composto por um parque infantil que se encontra devidamente vedado. Neste espaço só as crianças do pré-escolar podem estar assim quando os intervalos coincidem os mais pequenos estão ali protegidos. Todo o espaço exterior é composto por árvores, dois bebedouros de água, ecopontos, vários baldes de lixo indiferenciado e diversos bancos de madeira que se encontram distribuídos pelo espaço para os alunos poderem lanchar e descansar. No recreio as crianças podem brincar livremente pois é sempre visionado pelas funcionárias e às vezes também por animadoras socio culturais que levam materiais didáticos para os alunos passaram o tempo do intervalo. É de salientar que durante as horas de intervalo existe sempre uma funcionária que está na porta de saída da escola, impedindo assim os alunos de sair do recinto.

O espaço exterior da escola também dispõe de diversos materiais de entretenimento tais como cordas, bolas, jogos, entre outros, que estão à responsabilidade das Assistentes Operacionais. No entanto, torna-se importante salientar que neste espaço não existe uma zona coberta onde os alunos se possam abrigar em dias de chuva e nestes casos, o intervalo é realizado na sala polivalente.

A sala de aula é ampla, possui ar condicionado, várias janelas que permitem a entrada de luz na sala, e uma boa iluminação, evitando assim que os alunos realizem qualquer tipo de esforços para observar o que se encontra no quadro. Podemos encontrar também dois armários, no primeiro, no seu interior podemos encontrar os processos dos alunos com as suas respetivas avaliações ao longo de todos os períodos, podemos ainda encontrar fichas de trabalho, os manuais escolares dos alunos e alguns dossiês e cadernos novos dos mesmos.

No segundo armário, podemos encontrar material de trabalho para a área da matemática, como por exemplo, maletas com barras de cuisenaire, material multibásico, blocos lógicos, entre outros. Para a área da música existe também uma bolsa com vários instrumentos musicais, alguns são de madeira outros são de plástico, existem ainda os pratos e as pandeiretas. Podemos ainda encontrar um placar na sala onde estão afixados alguns trabalhos dos alunos, decretos-lei, o horário semanal, e a programação anual dos conteúdos: de Língua Portuguesa, Estudo do Meio e Matemática. Em relação ao quadro,

existe um quadro preto, não existe quadros interativos. Por cima do quadro podemos observar cartões o alfabeto. Estes cartões são caracterizados como tendo uma imagem, o nome do que está representado na imagem e a letra em questão representada em manuscrito e em letra de forma.

Na mesa da docente existe um computador fixo com acesso à internet, mas apenas a docente o utiliza para realizar algum tipo de pesquisa ou para realizar algum trabalho ou fichas para os alunos. O computador é utilizado também como auxílio na apresentação de PowerPoint, visionamento de um filme ou audição de uma música ou leitura modelo de uma história a trabalhar.

### **3.2.2 Participantes**

Esta investigação contou com a participação de todos os professores de 3º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico da Escola de Santa Maria e a sua coordenadora do 1º ciclo, para averiguar a sua perspetiva em relação ao contributo das representações Matemáticas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão na resolução de problemas.

Também constou nesta investigação a participação de todos os alunos do 3º ano, da turma 7, do 1º Ciclo do Ensino Básico da Escola de Santa Maria, onde se realizou a prática de ensino supervisionada.

Para esta investigação, foram utilizados os seguintes critérios:

- a) As características pessoais, como autonomia e capacidade de realização completa dos trabalhos;
- b) O nível de rendimento da área da matemática;
- c) O tipo de representações construídas no decorrer da resolução dos problemas.

#### **3.2.2.1 Caracterização dos Professores e Coordenadora do 1º ciclo do Ensino Básico**

Como está referido anteriormente também constou nesta investigação a participação de todos os professores de 3º ano da Escola de Santa Maria e da coordenadora do 1º ciclo, para averiguar a sua perspetiva em relação ao contributo das representações Matemáticas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão na resolução de problemas.

A professora titular da turma tem o curso do Magistério Primário, um complemento de Formação Científica e Pedagógica em Ensino Básico do 1º Ciclo e um curso de Formação Especializado de Comunicação Educacional e Gestão e Informação- Bibliotecas Escolares. Exerce a sua profissão há 30 anos e está na Escola de Santa Maria há 7 anos (Apêndice 5).

Dos outros três professores de 3º ano, um deles tem o curso de professores do Ensino Básico, variante Educação Física, exerce há 36 anos a sua profissão e está há 11 anos na Escola de Santa Maria.



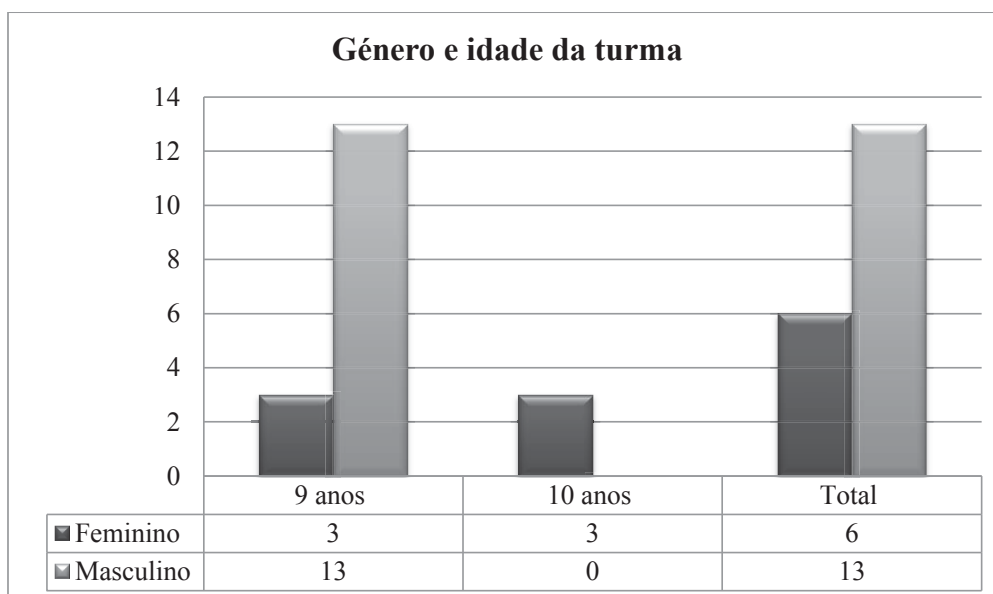
Outro professor detém o curso de Magistério Primário e um Complemento de Formação Científico Pedagógico para Professores do 1º Ciclo, exerce a sua profissão há 29 anos e está há 4 anos na Escola de Santa Maria e há 8 anos neste agrupamento. Por último o terceiro professor usufrui como formação académica um curso de Magistério Primário, um Complemento de Formação para Professores do Ensino Básico - Especialização em Português, exerce a sua profissão há 26 anos e está na Escola de Santa Maria há 4 anos (Apêndices 6,7 e 8). Quanto a formação académica da coordenadora de 1º Ciclo do Ensino Básico, esta detém um curso na Escola Magistério Primário, uma licenciatura e um mestrado. Exerce a sua profissão há 35 anos e *“Nesta escola, concretamente no Centro Escolar de Santa Maria, estou sensivelmente há 4 anos quando foi inaugurado e recebeu os alunos e professores de outras escolas (Salvador e Bairro da Conceição e depois da Escola 7) que integravam o Agrupamento de Sª Maria; considerando a época antes do Centro Escolar estou ao serviço deste Agrupamento há 8 anos e pela 2ª vez, pois em datas mais remotas, já cá tinha trabalhado.”* (Apêndice 9)

#### **3.2.2.2 Caracterização dos Alunos**

A turma é constituída por dezanove alunos, dos quais treze são do sexo masculino e seis são do sexo feminino, com idade entre os 9 e 10 anos. Neste grande grupo, existem dois anos de escolaridade distintos.

Existem 7 alunos do 2º ano de escolaridade, 5 alunos do sexo masculino e 2 alunos do sexo feminino, havendo 6 repetentes.

No 3º ano de escolaridade existe 12 alunos do 3º ano de escolaridade, o qual contém 8 alunos do sexo masculino e 4 alunos do sexo feminino.



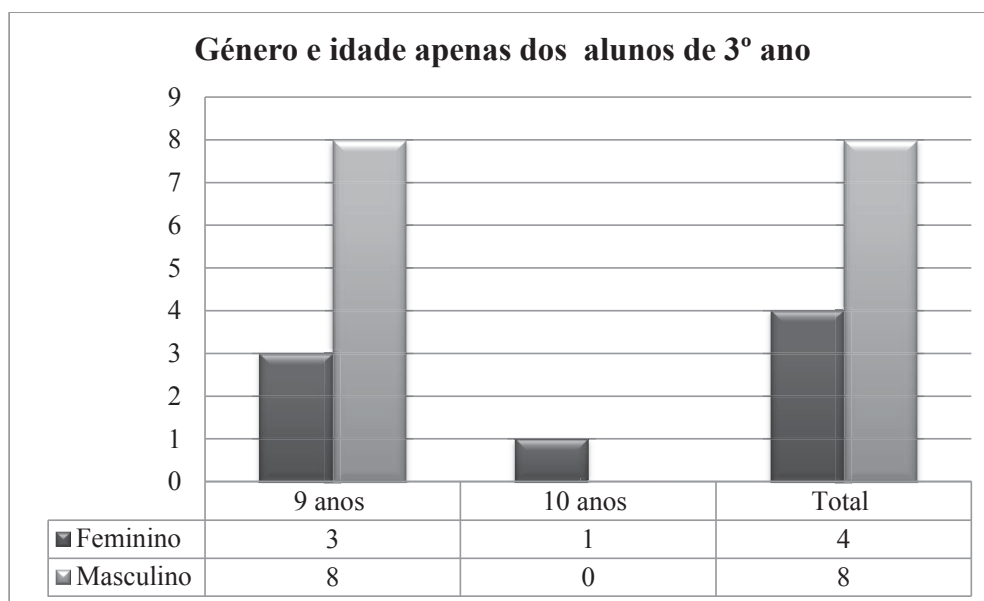
**Gráfico 1 - Género e idade da turma**

A partir do gráfico, concluímos que existem apenas três raparigas com 9 anos de idade e outras 3 têm 10 anos. Todos os rapazes se encontram com 9 anos.

Este mesmo gráfico permite-nos verificar que existem mais alunos do sexo masculino do que do sexo feminino. O gráfico permite também verificar que no grupo, a moda da idade dos alunos é de nove anos.

Relativamente à nacionalidade dos alunos, todos são portugueses. Existe uma aluna de etnia cigana, a qual está inserida no grupo de 2º ano de escolaridade.

Importa referir que, para o presente trabalho, os alunos que serviram para a recolha de dados e para os quais foram meditadas e realizadas as todas as atividades desta investigação foram os do 3.º ano.



**Gráfico 2 - Género e idade apenas dos alunos de 3º ano**

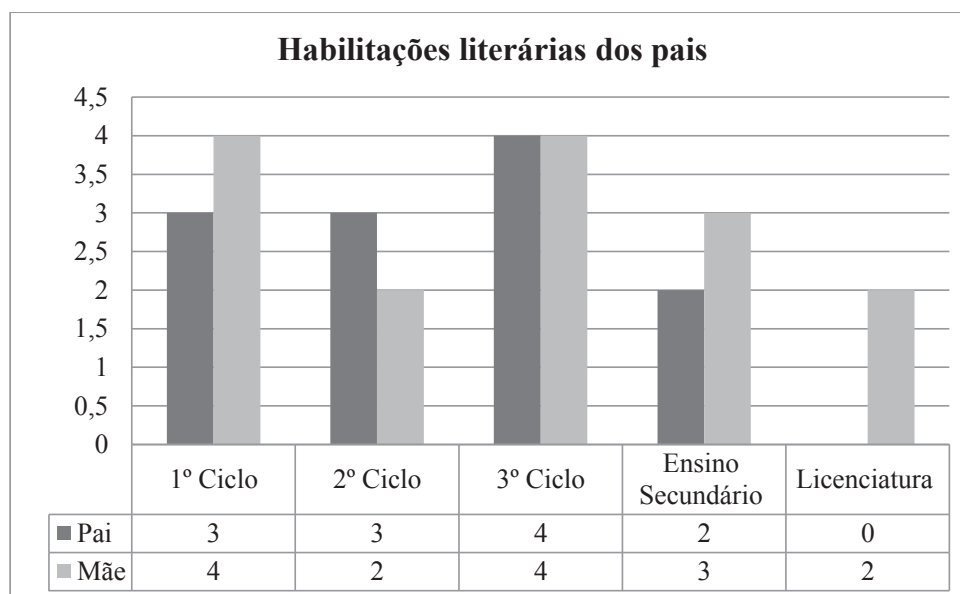
A partir da análise do gráfico, podemos constatar que neste grupo de alunos doze alunos, quatro do sexo feminino e oito do sexo masculino. Sendo que das raparigas apenas três têm 9 anos de idade e existindo apenas uma com 10 anos. Os rapazes encontram-se todos com 9 anos de idade.

Podemos ainda verificar que existem mais alunos do sexo masculino do que do sexo feminino. O gráfico permite também verificar que neste grupo particular, a idade onde existem mais alunos é a de nove anos.

Consideramos uma mais-valia que os dois anos de escolaridade se encontrem juntos na mesma sala, pois ao partilharem o mesmo espaço acabam por enriquecer o seu desenvolvimento e o seu próprio processo de aprendizagem, promovendo desta forma uma aprendizagem cooperativa.

Deste modo, os momentos coletivos de aprendizagem poderão ser particularmente úteis para a institucionalização e clarificação do que há para aprender, para iniciar algumas aprendizagens, bem como para regular a vida social da turma.

No que respeita às habilitações literárias dos pais dos alunos, através do gráfico seguinte, é possível verificar uma grande variabilidade, existindo uma ligeira incidência de pais com o 3º Ciclo do Ensino Básico.



**Gráfico 3 - Habilitações literárias dos Pais**

Relativamente às habilitações literárias dos pais dos alunos e através do gráfico anterior, é possível verificar que existe uma grande variedade, com maior incidência no 3º Ciclo (4 pais e 4 mães). No entanto também é possível observar que 5 pessoas (3 pais e 2 mães) possuem o 2º ciclo, 5 pessoas (2 pais e 3 mães) têm o ensino secundário, 4 pessoas (3 pais e 4 mães) possuem o 1º ciclo e que apenas 2 mães detêm uma licenciatura.

A maioria dos alunos pertence a um nível socioeconómico médio/baixo. Sensivelmente metade dos alunos tem os seus familiares desempregados e quando têm algum trabalho é sempre precário. Os seus meios de sustentabilidade são as dádivas da Cáritas e o Subsídio Social de Inserção.

A tabela seguinte ilustra a situação profissional dos pais dos alunos em estudo.

**Tabela 4 – Situação profissional dos Pais**

<b>Aluno nº</b>	<b>Situação profissional</b>	
	<b>Pai</b>	<b>Mãe</b>
1	Técnico de manutenção	Técnica de engenharia civil
2	Desempregado	Desempregada
3	Mecânico	Auxiliar de ação direta
4	Empregado de Balcão	Desempregada
5	Desempregado	Desempregada
6	Distribuidor	Animadora
7	G.N.R.	Técnica de Telecomunicações
8	Auxiliar de Educação	Trabalhadora de Limpeza
9	Funcionário CTT	Escriturária
10	Desempregado	Desempregada
11	Técnico de regas	Empregada de bar
12	Chefe de expedição	Trabalhadora de limpeza

Com base nos dados fornecidos pela professora titular sobre a caracterização da turma e daquilo que foi possível observar durante a Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado na Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º ciclo do Ensino Básico, podemos referir que na generalidade, o relacionamento sócio afetivo que se verifica nesta turma é positivo, embora existam alguns conflitos entre os alunos, situações de agressões entre pares, principalmente entre alunos do sexo masculino e discriminação dos colegas em relação aos de etnia cigana.

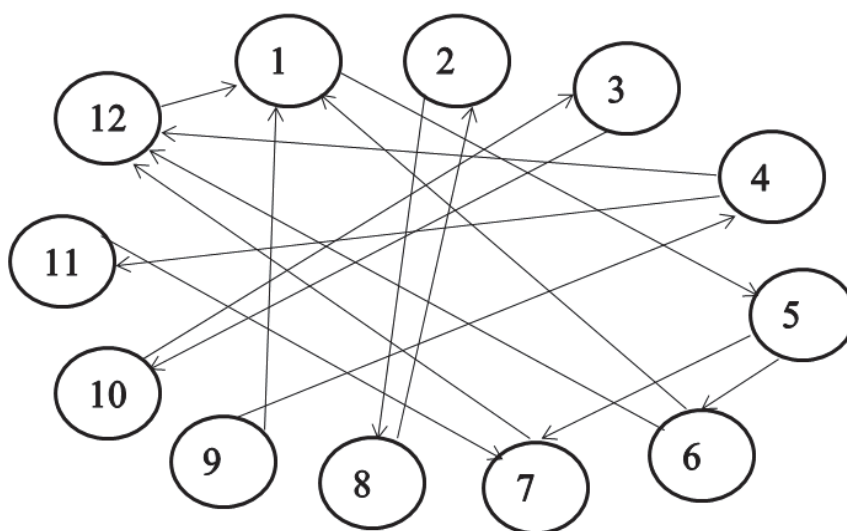
Cerca de 50% dos alunos da turma são oriundos do Bairro da Esperança. Foi possível verificar que a maioria destes alunos possui uma noção de “bairrismo” muito acentuada, ou seja, brincam e brigam entre eles e quando alguma discussão surge com alguma outra criança, que não seja do seu meio, todos se juntam em defesa dos do seu bairro.

Sendo a família que propicia a construção dos laços afetivos e a satisfação das necessidades no desenvolvimento da pessoa, desempenhando um papel decisivo na socialização e na educação, também é na família que são absorvidos os primeiros saberes, e onde se aprofundam os vínculos humanos. A falta, ou escassez, de relações familiares adequadas, devido ao pouco tempo de convívio, ou desajustamentos pessoais são marcadamente vincadas em grande parte dos alunos da turma.

Assim, na generalidade da turma, os alunos com piores comportamentos e com piores resultados escolares são oriundos deste meio sociocultural desfavorecido, famílias desestruturadas e cujos pais/encarregados de educação não se envolvem efetivamente no processo ensino/aprendizagem.

Como base nos dados obtidos para o Relatório de Estágio da Prática Profissional em Ensino do 1º ciclo do Ensino Básico, podemos averiguar as relações socio afetivas existentes na turma. Para clarificar melhor essa informação realizamos o seguinte sociograma:

**Com quem gostam mais de trabalhar na sala?**



**Figura 4 – Sociograma**

Quanto às atitudes e comportamentos dos alunos a grande maioria revelou bastante curiosidade e interesse em realizar todas atividades propostas, querendo saber sempre mais. Na generalidade, os alunos apresentam muita criatividade e expressam maior interesse nas atividades na área da matemática e em atividades de expressão plástica.

No que se refere aos comportamentos, os alunos são bastante ativos, apresentam dificuldade em colocar o dedo no ar sempre que pretendem intervir, demonstrando, por vezes, atitudes inadequadas entre si, como por exemplo, levantar-se sem razão aparente, respeito pelos colegas, entre outras.

A turma também revelou ser bastante faladora e isso fez com que passássemos grande parte das aulas a pedir silêncio.

A nível de aprendizagens, a turma é bastante heterogénea, pois a maioria da turma consegue atingir os objetivos pretendidos, ao invés de alguns alunos, que revelavam grandes dificuldades de aprendizagem a qual é transversal a todas as áreas. Consideramos estas dificuldades são evidentes,

porque os alunos sentem muita dificuldade em prestar atenção à explicação e, posteriormente, realizarem as atividades de forma autónoma, ficando sempre á espera que sejam resolvidas no quadro ou oralmente em grande grupo.

No que diz respeito à relação professora/aluno, a docente assume importante papel na sala de aula, motivando os alunos a procurarem e a quererem saber mais. Uma vez que a motivação está ligada a desafios, a professora assume, papel de extrema importância, pois trabalha como orientadora na busca da motivação de cada aluno e na busca da motivação do grupo, promovendo experiências nas quais os alunos possam vislumbrar valores que não são ensinados, mas podem ser descobertos por meio de certas experiências como, por exemplo, apreciar uma música ou ler um livro. A professora titular tem o papel de orientação e ajuda com o objetivo de possibilitar aos alunos a aprendizagem de determinados conteúdos e desempenha papel fundamental na organização de atividades e na formulação de situações que propiciem aos alunos oportunidades de aprendizagem de forma significativa.

Do ponto de vista afetivo, a docente tenta incutir confiança nos alunos, poder intelectual e um modelo a seguir, além da consequente motivação do desejo de saber e do despertar de valores. Torna-se bastante relevante para as crianças o que é dito sobre elas, os elogios que lhes são dispensados e a atenção às suas dificuldades, constituindo estas as formas da professora manifestar interesse pelo seu desenvolvimento, criando assim com elas grandes laços afetivos.

### **3.3 Instrumentos e métodos de recolha de dados**

A recolha de dados decorreu no período da prática profissional, durante o ano letivo de 2013/2014, ou seja, especificamente entre novembro de 2013 e março de 2014.

Esta investigação foi desenvolvida sobre a própria prática, e foi crucial no momento de recolha de dados assumir o papel de professora – investigadora. Obtivemos dados diversificados, numerosos e provenientes de diversas fontes para facilitar a triangulação de informação, pois para Yin (1993), o investigador sentir-se-á mais confiante em fazer uma determinada afirmação sobre o seu estudo, se este mostrar que a informação oriunda de diversas fontes, detém o mesmo objetivo.

Na presente investigação, utilizou-se a observação direta, entrevistas semiestruturadas, a análise de documentos produzidos pelos alunos de modo a identificar e analisar as representações/estratégias utilizadas no raciocínio aplicado face a resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão, os registos áudio/vídeo das explicações dos alunos sobre as representações/estratégias e dificuldades sentidas nos diferentes problemas propostos e as conversas com os alunos como técnicas de recolha de dados.

### 3.3.1 Observação direta

Nesta investigação, a observação dos alunos e do trabalho desenvolvido por eles, constituiu uma técnica de recolha de dados importante e presente no dia-a-dia das tarefas realizadas em sala de aula.

Através da observação foi possível obter informações de carácter mais pessoal nomeadamente, a sua autonomia, o seu interesse pelas aprendizagens escolares, assim como o seu aproveitamento escolar. A partir da observação também obtivemos dados relativamente às atitudes e reações dos alunos face aos desafios que lhe foram propostos ao longo desta investigação, no que diz respeito a sua motivação, persistência, capacidade de questionar e resolver novos desafios. Também observamos informação útil no que diz respeito às capacidades destes alunos nos domínios da resolução de problemas, do raciocínio matemático e da comunicação matemática, consideradas “ *três grandes capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática*” (Ponte *et al.*, 2007, p. 8).

Para a estratégia da observação foi importante no momento registar todos os dados recolhidos. O registo das observações realizou-se através de fotografias à resolução de problemas, a análise dos documentos dos alunos e aos registos áudio/vídeo para complementar a informação sobre as representações e estratégias utilizadas na resolução dos problemas.

### 3.3.2 Entrevista

Tendo em conta os objetivos deste estudo consideramos pertinente recorrer à técnica da entrevista. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 134) “*a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo*”. Para o autor Gil (1999, p. 117) a entrevista é uma “*técnica em que o investigador se apresenta frente ao entrevistado, lhe fórmula perguntas com o objetivo de obtenção de dados que interessam à investigação. A entrevista é, portanto, uma forma de interação social. Mais especificamente, é uma forma de diálogo assimétrico, em que parte quer recolher dados e a outra apresenta-se como fonte de informação*”

Para esta investigação era intenção da investigadora realizar entrevistas semiestruturadas a todos os docentes. Todavia, por incompatibilidade de horário e indisponibilidade de alguns docentes, somente uma professora se disponibilizou para esta metodologia. Aos restantes foi enviado, em suporte papel, o conjunto de perguntas, ao qual responderam por escrito, consideradas por nós fundamentais para este estudo e que nos permitiu cruzar a informação.

As entrevistas semiestruturadas caracterizam-se por contemplarem um guião previamente elaborado com as questões a serem formuladas. Contudo, as questões não têm obrigatoriamente que ser



colocadas por uma ordem predefinida, uma vez que o guião é apenas um apoio para garantir a abordagem de todos os temas relevantes e a exposição de todos os entrevistados aos mesmos tópicos. Deste modo, o entrevistador deverá explicar as suas questões adequando-as ao contexto da entrevista, tanto no momento em que as coloca, como às palavras que elege para utilizar. A utilização de perguntas abertas neste tipo de entrevista permite aos entrevistados expressarem exatamente o que pensam, através das suas próprias palavras, pois *“o entrevistador possui um referencial de perguntas-guia, suficientemente abertas, que serão lançadas à medida do desenrolar da conversa, não necessariamente pela ordem estabelecida no guião, mas antes à medida da oportunidade”* (Pardal e Correia, 1995, p. 65).

Neste estudo, as entrevistas semiestruturadas foram realizadas a todos os docentes de 3º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico da Escola de Santa Maria e à sua coordenadora do 1º ciclo.

De maneira a tornar anónima a sua identidade e de acordo com a ordem de execução das entrevistas, atribuiu-se a cada um dos entrevistados um código. Estes códigos foram utilizados ao longo do capítulo da análise e apresentação dos dados. Os códigos foram os seguintes: P1, P2, P3, P4 e P5.

As entrevistas tinham como objetivo obter algumas informações acerca da sua perspetiva em relação ao contributo das representações Matemáticas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão na resolução de problemas.

A única entrevista realizada pessoalmente ocorreu na Escola de Santa Maria, com dia e hora previamente combinadas com a Professora Titular de Turma, tendo tido a duração aproximada de trinta minutos. Antes da entrevista foi explicado o tema, os objetivos e as condições para a realização do estudo. Para o registo da entrevista realizada, utilizou-se a gravação em áudio para evitar a perda de quaisquer dados relevantes. A utilização deste método facilitou a condução da entrevista e evita a distorção de informações. A entrevista foi transcrita na íntegra, a partir dos registos obtidos na gravação áudio (Apêndice 5), o mesmo aconteceu nas restantes entrevistas fornecidas em suporte de papel (Apêndices 6, 7, 8 e 9). Todas as entrevistas continham um guião previamente definido de forma a conduzir o desenvolvimento da entrevista e contendo objetivos específicos para cada questão (Apêndice 4). O guião da entrevista foi elaborado com base nos objetivos da investigação e dados da literatura, tendo como objetivos específicos.

**Tabela 5** – Objetivos específicos do guião de entrevista

▪ Legitimar a entrevista;
▪ Motivar o entrevistado;
▪ Conhecer alguns aspetos do percurso profissional do entrevistado;
▪ Averiguar a opinião da professora sobre a motivação e as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas;
▪ Averiguar a importância das representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão;
▪ Conhecer a seleção e metodologias utilizadas na realização de atividades;
▪ Conhecer as atividades/aprendizagens realizadas em sala;
▪ Averiguar quais as estratégias utilizadas pelos alunos;
▪ Dar oportunidade ao entrevistado para complementar a informação.

O guião de entrevista contemplava os seguintes blocos:

- **Bloco I**- Legitimação da entrevista e motivação do entrevistado;
- **Bloco II**- Formação Profissional;
- **Bloco III** - Informações sobre a motivação/dificuldades dos alunos na resolução de problemas;
- **Bloco III** - A importância das representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão;
- **Bloco IV**- Seleção e metodologias utilizadas na realização de atividades;
- **Bloco V**- Informações sobre as atividades/ estratégias alusivas à resolução de problemas;
- **Bloco VII** - Complemento da informação

Para analisarmos os dados recolhidos através das entrevistas utilizámos a técnica de análise de conteúdo. Este, é e uma técnica de investigação que, segundo o autor Amado (2000, p. 53), “*procura arrumar num conjunto de categorias de significação o “conteúdo manifesto” dos mais diversos tipos de comunicações (...) e permite, além duma rigorosa e objetiva representação dos conteúdos das mensagens, o avanço fecundo, à custa de inferências interpretativas derivadas dos quadros de referência teóricos do investigador, por zonas menos evidentes que constituem o contexto de produção*”.

### 3.3.3 Análise dos documentos

Tendo em conta a natureza e as questões deste estudo, uma técnica de recolha de dados crucial e fundamental na presente investigação consistiu na análise dos registos escritos, dos raciocínios usados e as estratégias desenvolvidas pelos alunos na resolução de problemas, de modo a identificar o grau de autonomia e desempenho dos alunos nas tarefas propostas. As respostas aos problemas foram registadas, em folhas destinadas para o efeito.

Depois de registadas as resoluções aos problemas foram organizadas e guardadas em suporte digital.

### 3.3.4 Metodologia utilizada na implementação dos problemas aos alunos

A investigadora apresentou as tarefas numa sessão e foram exploradas em aproximadamente 60 minutos de acordo com a planificação diária (Apêndice 3). Todas as tarefas foram propostas em voz alta, de modo a garantir uma clara compreensão e interpretação do enunciado, por parte dos alunos, já que segundo a professora titular da sala: “... a turma revela dificuldades na resolução de problemas numéricos principalmente naqueles em que o texto é demasiado longo” e a sua “maior dificuldade na resolução de problemas é a sua compreensão. O nível sociocultural dos alunos da turma é baixo e não dominam bem a linguagem, revelando consequentemente dificuldades na comunicação de ideias e em expressarem-se de maneira competente. É comum deparar-me com alunos que não sabem interpretar o que o problema pede.” (Apêndice 5). Todas as tarefas foram inicialmente explicadas em grande grupo mas resolvidas individualmente.

Para a resolução dos problemas, os alunos tinham disponíveis vários materiais (ábaco, cuisenaire, tampinhas, palhinhas e outros materiais) na sala de aula, e poderiam recorrer a sua utilização sempre que o desejassem.

Após o esclarecimento das dúvidas existentes, os alunos dispunham do tempo que desejassem para resolverem os problemas propostos. Todos os problemas foram apresentados à turma no decorrer do primeiro bloco da tarde, parte do dia em que a turma ainda se revelava calma, atenta e concentrada. Houve alunos que não conseguiram resolver todos os problemas propostos, entregando em branco a folha de registo da resolução do problema quando já não desejavam tentar ou pensar mais.

Também lhes foi clarificado que para resolverem corretamente os problemas teriam de respeitar e cumprir todas as regras, o que lhes exigia uma leitura cuidadosa e atenta de todos os enunciados dos problemas.

Importa salientar ainda que, durante a resolução dos problemas, houve sempre o cuidado de esclarecer dúvidas que surgissem, bem como, apoiar os alunos com maiores dificuldades, de modo a proporcionar uma melhor aprendizagem a todos os intervenientes nesta investigação.

Posteriormente foram escolhidos de modo aleatório, alguns alunos para irem ao quadro desenvolver a estratégia que aplicaram, explicando aos restantes colegas do grupo, como à professora, de que modo haviam resolvido a tarefa. À medida que cada um ia resolvendo um problema, colocavam-se, questões tais como *“porque quiseste fazer assim e não de outra forma?”* e *“como pensaste?”* de modo a que o investigador compreendesse melhor todo o raciocínio do aluno.

Tendo em conta que o trabalho de partilha nem sempre é bem aceite pelos alunos, por se sentirem expostos perante os colegas, a opção centrou-se em torno de uma participação voluntária. Assim, os alunos que se mostravam interessados em demonstrar como haviam resolvido a tarefa, representavam no quadro como tinham resolvido o problema, explicando oralmente aos colegas o seu raciocínio. Também foi apresentado aos alunos um PowerPoint com as diferentes representações utilizadas por eles em vários problemas para que pudessemos perceber qual seria a mais vantajosa de usar naquele tipo de problema. Toda essa partilha de opinião foi deveras importante porque as suas soluções aos problemas podiam ser esclarecidas e os alunos poderiam mostrar aos outros a lógica dos seus argumentos, fomentando assim o trabalho cooperativo. Este tipo de trabalho oferece ainda a possibilidade de discussão dos méritos das diferentes maneiras de resolver um mesmo problema, e pode facilitar a aprendizagem de diferentes estratégias para a resolução de alguns problemas. Quando os alunos trabalham cooperativamente ganham confiança nas suas capacidades individuais, além de que os conceitos matemáticos são mais bem apreendidos como parte de um processo dinâmico em que os alunos interagem.

Desta forma, foi possível à investigadora estimular a comunicação matemática, já que a explicitação dos processos, das representações e das operações a utilizadas, envolviam um debate entre a docente e os alunos e, entre os próprios alunos. Deste modo foi possível promover o gosto pela descoberta e pelo raciocínio favorecendo ao mesmo tempo a compreensão e a flexibilidade nos processos cognitivos utilizados.

### 3.3.5 Apresentação dos problemas e objetivos

Os problemas propostos aos alunos serviram para proporcionar à investigadora a possibilidade de identificar, quais são as representações/ estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão, reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas e averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas.

Os problemas propostos foram os seguintes:

#### **Problema 1**

A professora da Teresa distribuiu por alguns alunos, os 24 livros existentes na biblioteca de turma, para que eles os lessem nas férias.

Sabendo que a professora entregou 3 livros a cada aluno, quantos alunos levaram livros?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.

**Figura 5 - Problema 1**

O enunciado deste problema era simples e não continha nenhuma imagem, estando condicionado aos conteúdos numéricos abordados pelos alunos até ao momento. A sua resolução envolvia apenas uma única operação, possibilitando a utilização de diversas formas de resolução e continha uma temática interessante e próxima dos alunos. Aqui era pretendido que os alunos entendessem o significado da operação da divisão e que pudessem utilizar diversas estratégias de resolução.

#### **Problema 2**

Quantas pernas têm 7 cadeiras iguais a figura.

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.



**Figura 6 - Problema 2**

Este problema também foi apresentado e explicado, primeiramente, à turma através da leitura em voz alta para clarificar todos os alunos. Desta vez, o enunciado já continha uma imagem informativa e relacionada diretamente com o problema, para que não houvesse confusão na sua interpretação. A sua resolução exigia apenas uma única operação, possibilitando a utilização de diversos modos de resolução. Com esta atividade pretendia-se que os alunos compreendessem o sentido da operação da multiplicação e que pudessem utilizar diversas estratégias de resolução.

### **Problema 3**

A Rita tem 9 rebuçados que quer distribuir pelas três amigas, de modo a que cada amiga receba o mesmo número de rebuçados.

Quantos rebuçados receberam cada uma?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.

**Figura 7 - Problema 3**

Este problema, tal como as anteriores, foi bem aceite pelos alunos, pois estes ao ouvirem o enunciado do problema não hesitaram em iniciar a sua resolução, tentando sempre encontrar diferentes representações e sempre fomentando o diálogo. Com este problema pretendia-se desenvolver a destreza com operações e números, em particular a divisão, facilitando a sua compreensão.

### **Problema 4**

Numa prateleira do supermercado há 8 embalagens iguais à da figura.

Quantas são as garrafas ali existentes?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.



**Figura 8- Problema 4**

Este problema também foi apresentado à turma através da leitura em voz alta, garantindo que o mesmo era entendido por todos os alunos. O enunciado continha uma imagem para facilitar a sua interpretação, era simples e sucinto, estando condicionado aos conteúdos numéricos abordados pelos alunos até ao momento. A sua resolução também só exigia uma única operação, possibilitando a utilização de diversos modos de resolução. Com esta atividade também era pretendido que os alunos

compreendessem o sentido da operação da multiplicação e que pudessem utilizar diversas estratégias de resolução, pois tal como é referido por Ponte *et al.* (2007, p. 14) deve ser trabalhado com os alunos diversas situações que envolvam “*o reconhecimento das condições que indicam que uma determinada operação é adequada para resolver um dado problema, a compreensão de propriedades das operações e das suas relações e a compreensão dos efeitos de uma operação*”).

### **Problema 5**

O Pedro e o João estão a ajudar no refeitório da escola e estão a discutir qual deles tem mais laranjas.

O Pedro tem 5 sacos com 18 laranjas em cada um e o João tem 18 sacos com 5 laranjas em cada um.

Qual te parece que tem mais laranjas?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas

**Figura 9 - Problema 5**

Neste problema houve a preocupação de aumentar o grau de dificuldade. A sua resolução envolvia apenas uma única operação que não era logo evidente. Mais uma vez, estava de acordo com conteúdos matemáticos abordados pelos alunos até ao momento. Este problema pretendia que os alunos interpretassem informação representada no problema utilizando a propriedade comutativa da multiplicação, compreendessem as relações existentes entre o contexto do problema e os cálculos necessário e que pudessem utilizar diversas estratégias de resolução.

### **Problema 6**

Quantas rodas têm:

a) 5 Bicicletas

b) 5 Automóveis

c) 5 Triciclos

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.

**Figura 10 - Problema 6**

O enunciado destas três alíneas era muito simples e acessível mas exigia que os alunos tivessem algum conhecimento acerca do número de rodas de cada veículo porque nenhum dos enunciados deste problema continha imagem. Estes problemas estavam todos restringidos aos conteúdos numéricos abordados pelos alunos até ao momento. Para a sua resolução era apenas necessária uma única operação, possibilitando a utilização de diversas formas de resolução. Aqui era pretendido que os alunos desenvolvessem o sentido da multiplicação a partir de problemas simples e significativos, com números acessíveis e que pudessem utilizar diversas estratégias para a sua resolução. A seleção destes últimos três problemas apresentados foi adotada para que os alunos relacionem a linguagem matemática e o simbolismo das operações (adição/multiplicação) com situações problemáticas e a linguagem informal, permitindo ainda, estabelecer conexões entre as vivências dos alunos e a Matemática.

### **3.3.6 Registos áudio/vídeo e as conversas com os alunos**

Para complementar e enriquecer os registos escritos das representações e das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas, também foi realizado com o apoio de uma máquina fotográfica digital, o registo áudio e vídeo com a explicação dada pelos alunos sobre a forma tinham raciocinado durante a resolução dos mesmos. A partir deste instrumento também foi possível averiguar qual foi a representação mais útil e eficaz na resolução daqueles problemas.

Consideramos que apenas os registos escritos seriam insuficientes para compreender na íntegra a forma como as representações surgiam nas diferentes resoluções, apresentadas pelos alunos.

De modo a valorizar o trabalho realizado pelos alunos era essencial e uma mais-valia para esta investigação, compreender qual tinha sido o seu raciocínio na elaboração das suas resoluções, pois tal como refere Canavarro (2003, p. 195), *“O significado revela-se tanto na acção como no discurso. O fazer e o dizer são ambas faces da mesma moeda e devem ser associados para a compreensão do significado de qualquer situação”*.

Para além do registo áudio, o registo em vídeo também foi muito importante, porque à medida que os alunos explicavam o seu raciocínio e respetivas representações utilizadas, iam apontando para as mesmas, contribuindo assim, em algumas situações, para uma maior compreensão da resolução.

Todos estes registos foram efetuados em sala de aula, durante o normal desenrolar das atividades letivas, com a autorização da professora titular. A correção dos mesmos foi realizada no quadro da sala, onde era pedido que os resolvessem e explicassem como os tinham resolvido. Face ao pedido, os alunos apontavam para as representações construídas e explicavam a forma como as mesmas tinham surgido. À medida que o aluno explicava o seu trabalho, eram-lhes colocadas questões sobre o que fizeram durante a resolução de problemas: se pensaram em todos os passos, se olharam para o enunciado do problema,



se tiveram que voltar a pensar num passo que já tinham feito, se fizeram algo errado e tiveram que voltar atrás ou se se sentiram confusos e não conseguiram decidir o que fazer. Essas questões tinham como objetivo compreender o seu raciocínio, as representações construídas e o porquê da sua utilização.

Em suma, todos os problemas propostos foram apresentados aos alunos um PowerPoint com as diferentes representações utilizadas por eles em vários problemas para que pudessemos perceber qual seria a mais apropriada de usar naquele tipo de problema.

Tal como as representações construídas em cada um dos problemas propostos, também estes registos áudio e vídeo foram guardados e organizados em suporte digital.

Não foi feita a transcrição na íntegra de todas as explicações dos alunos mas apenas das partes consideradas pertinentes, que davam significado e que contribuíam para uma melhor e correta interpretação das representações e estratégias elaboradas.

### **3.4 Análise dos dados**

A análise de conteúdo surge definida por vários autores, mas é possível verificar uma convergência nas suas definições. Deste modo Berelson, citado em Bardin (2004, p. 31) explica o significado de análise de conteúdo como *“uma técnica de investigação que através de uma descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto das comunicações, tem por finalidade a interpretação destas mesmas comunicações”*

Para os autores Bogdan e Biklen (1994, p. 205), *“a análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais (...) com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. A análise envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspetos importantes (...).”*

Assim, e de modo a dar resposta às questões que nortearam esta investigação, analisámos e interpretamos os dados recolhidos nas entrevistas realizadas aos docentes e das produções escritas dos alunos face aos problemas propostos.

Para identificar e sistematizar a informação obtida pelas diversas entrevistas efetuadas, procedeu-se ao tratamento dos dados recorrendo à técnica de análise simples de conteúdo (Apêndice 10), como é sugerido por Hill e Hill (2002, p. 75), que a definem como *“um processo de codificação dos dados das entrevistas para encontrar temas comuns”*. Holst (1968), citado por Ghiglione e Matalon (1997, p. 181)

define análise de conteúdo como “*uma técnica para fazer inferências pela identificação sistemática e objetiva das características específicas de uma mensagem*”.

Para esta análise de conteúdo elaboramos inicialmente uma grelha que nos permitiu uma leitura longitudinal e transversal das entrevistas. Depois da compreensão do conteúdo de cada entrevista, organizou-se os temas em categorias para compreender como é que as se relacionavam entre si. Dentro de cada categoria, criámos subcategorias para reduzir o campo de análise. As unidades de registo foram recortes de texto, considerando-se unidade de contexto como cada entrevista na sua globalidade e não a resposta a cada pergunta. Para uma melhor perceção e leitura dos resultados obtidos, optou-se por sistematizá-los em tabela, acompanhados da análise descritiva, e interpretativa.

Deste modo a análise de conteúdo das entrevistas fundamentou-se nas seguintes etapas:

- Questionamento e notação das intervenções
- Leitura fluente e integral das intervenções de modo a compreender a globalidade e a especificidade de cada entrevista;
- Recorte do texto em unidades de registo e em unidades de contexto.

As unidades de registo definem-se como “*o segmento mínimo de conteúdo que se considera necessário para poder proceder à análise, colocando-o numa dada categoria*” (Carmo e Ferreira, 1998, p. 257). As unidades podem ser unidades formais (palavra, frase, item) ou unidades semânticas (temas ou unidade de informação). As unidades de contexto definem-se como “*o segmento mais longo de conteúdo que o investigador considera quando caracteriza uma unidade de registo, sendo a unidade de registo o mais curto.*” (Carmo e Ferreira, 1998, p. 257).

Relativamente à análise das produções escritas dos alunos face aos problemas propostos foram utilizados os domínios apresentados por Pinto (2012):

- **Estratégias de resolução de problemas.**
- **Tipos de representação utilizadas**

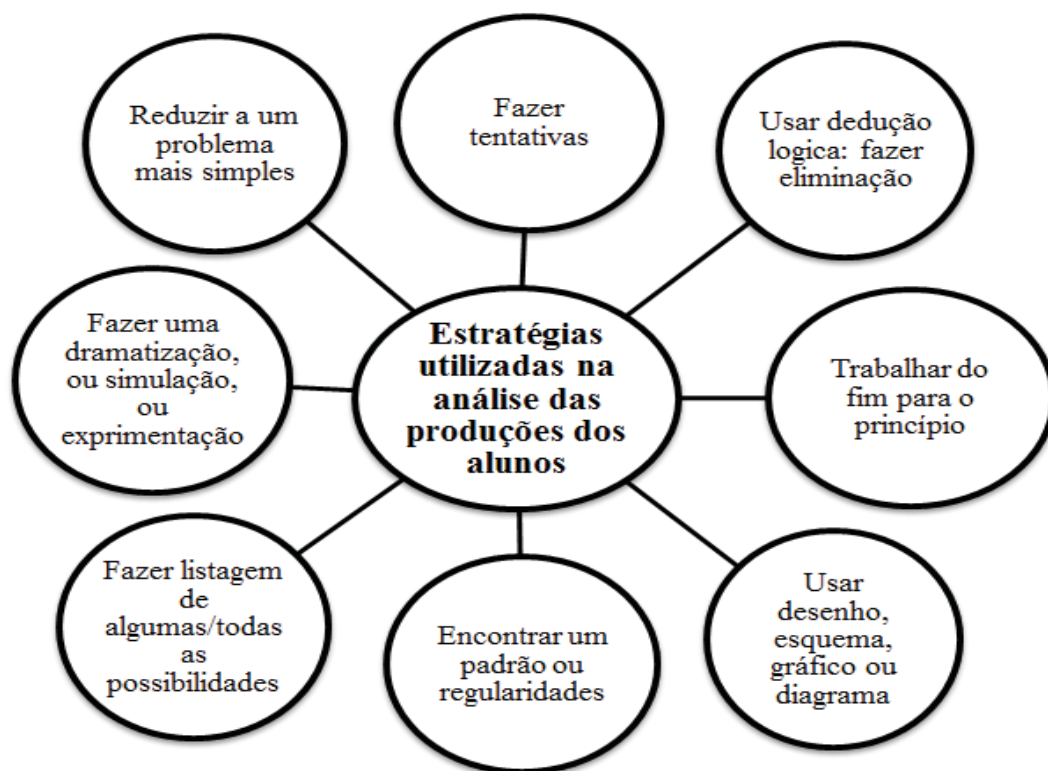
Na definição das categorias de análise (Apêndice 10) definiu-se para cada um destes domínios categorias e subcategorias.

Para o domínio Estratégias de Resolução de Problemas, (Pinto, 2012, p. 79) definiu as seguintes categorias inspiradas em Vale e Pimentel (2004):

- ***“Descobrir um padrão, regra ou lei de formação;***
- ***Fazer tentativas, conjecturas;***
- ***Trabalhar do fim para o princípio;***

- *Usar dedução lógica; fazer eliminação;*
- *Reduzir a um problema mais simples; decomposição; simplificação;*
- *Fazer uma simulação, experimentação ou dramatização;*
- *Fazer um desenho, diagrama ou esquema;*
- *Fazer uma listagem de algumas/todas as possibilidades.”*

Deste modo, apresentamos no esquema abaixo as estratégias utilizadas na análise das produções dos alunos face aos problemas propostos (Figura 11).



**Figura 11** – Estratégias utilizadas pelos alunos face aos problemas propostos, esquema adaptado de Contente (2013)

Podemos resumir as estratégias afirmando que a estratégia de “*fazer tentativas*” consiste em “antecipar” a solução ao problema, tendo em conta os seus dados, elaborando vários cálculos até chegar ao correto. Habitualmente não é considerada muito elegante em termos gráficos e depende muito do tipo

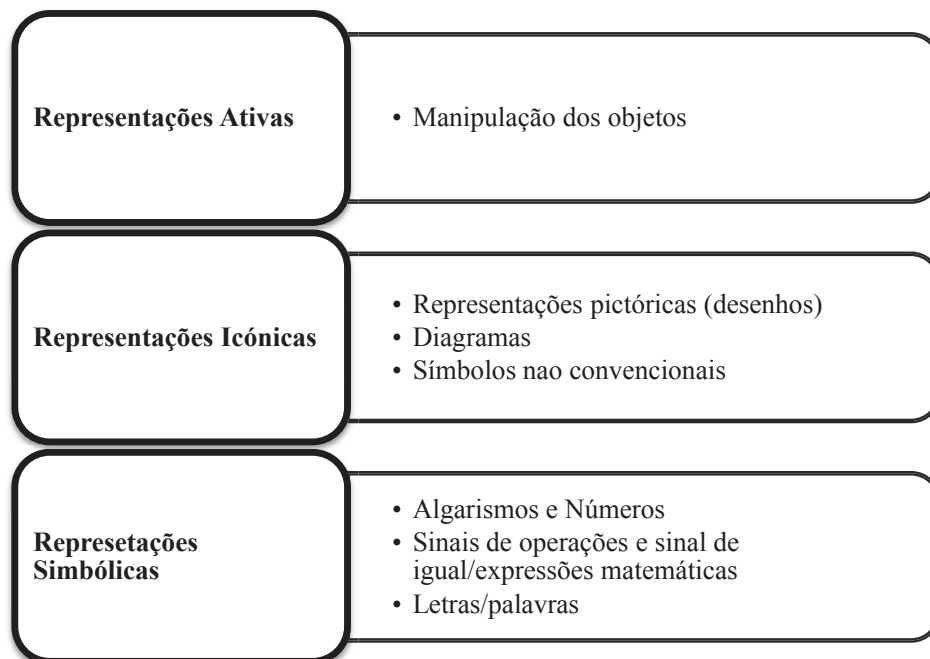
de dados. Quando existe um conhecimento do que aconteceu no final e não se sabe o que aconteceu inicialmente num problema pode-se aplicar a estratégia de *“trabalhar do fim para o princípio”* começando pelo fim ou pelo que se quer explicar. Este tipo de estratégia é importante para desenvolver a reversibilidade do pensamento e o conhecimento das operações inversas.

Na estratégia *“reduzir a um problema mais simples”*, decompõe-se o problema e vai-se fazendo gradualmente, em várias partes. Esta estratégia está por vezes aliada a estratégia *“fazer dramatização, simulação ou experimentação”*, porque ao resolver os problemas pode-se simular a situação recorrendo a objetos, criando um modelo ou fazendo uma dramatização.

Quanto à estratégia de *“usar desenho, esquema, gráfico ou diagrama”* podemos afirmar que está muitas vezes coligada a outras, sendo regularmente mais utilizada por crianças de idades mais novas. Existem vários problemas onde é possível aplicar a estratégia de *“encontrar um padrão ou regularidades”* que ajudem na sua resolução, ou seja encontra-se um modelo que se pode aplicar ao caso geral ou concreto. A estratégia *“Fazer listagem de algumas/todas as possibilidades”* não é só utilizada como estratégia como também serve para mostrar, estruturar e guardar informação. Por último na estratégia *“Usar dedução lógica: fazer eliminação”* usa-se a dedução lógica, os alunos consideram todas as hipóteses e vão eliminando, uma a uma, as que não são possíveis.

Quanto ao domínio Tipos de Representações utilizadas, a autora estabeleceu as categorias inspiradas em Bruner (1999, p. 79): *“Representações ativas; Representações icónicas e Representações simbólicas. Cada uma destas categorias subdivide-se em unidades mais pequenas, as subcategorias (...) As Representações ativas têm como subcategoria a Manipulação de objetos. As Representações icónicas subdividem-se em Representações pictóricas (desenhos); Diagramas (em rede, de hierarquias, matriz ou parte-todo) e Símbolos não convencionais. As Representações simbólicas subdividem-se em Algarismos e números; Sinais de operações e sinal de igual/expressões matemáticas e Letras/palavra escrita”*.

Deste modo apresentamos no esquema abaixo as representações que sustentaram a análise das produções dos alunos face aos problemas propostos. (Figura 12).



**Figura 12** – Representações analisadas face aos problemas propostos

Também consideramos pertinente investigar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos vários problemas propostos, visto haver um número muito significativo de alunos com dificuldades na sua resolução. Essas dificuldades foram investigadas segundo as respostas dadas pelos alunos como parcialmente corretas e incorretas aos problemas propostos.

Para facilitar a sua análise organizou-se as dificuldades em categorias. Estas foram adaptadas segundo a Contente (2013) e foram criadas com base na análise das respostas dadas aos problemas, dos registos áudio/vídeo e das conversas com os alunos.

Consideramos estas três categorias como dificuldades observadas:

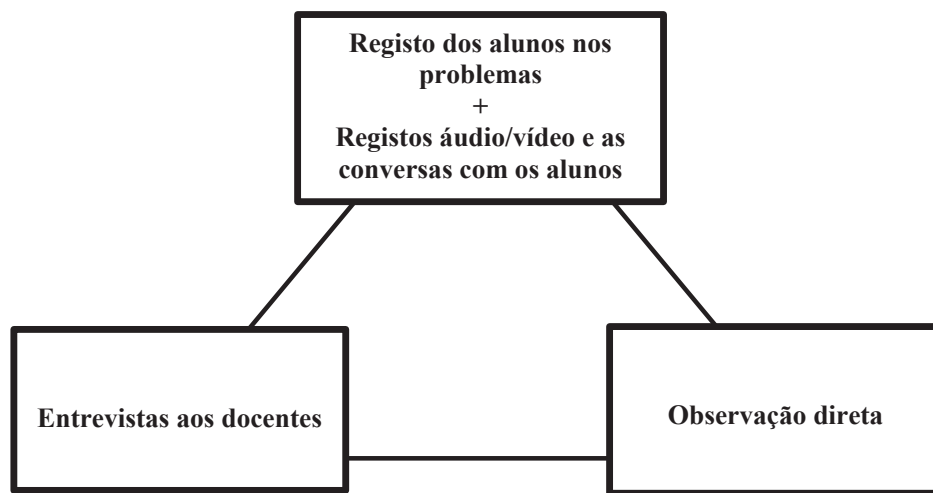
- 1. Interpretação e compreensão do problema;**
- 2. Compreensão e concretização dos cálculos necessários;**
- 3. Organização do raciocínio e comunicação matemática**

Importa ainda salientar que todas as informações obtidas para esta investigação serão cruzadas de modo a validar os dados recolhidos. *“As críticas feitas à sua validade [da observação] podem ser colmatadas através de atividades de contraste: triangulação interna do observador (estudo complexo e*

*sistemático do caderno de terreno), triangulação teórica (confronto de modelos teóricos múltiplos), triangulação entre observadores e atores implicados (confronto das conclusões com os atores implicados) e descrições muito precisas das situações particulares.” (Aires, 2011, p. 27)*

Como Aires (2011) afirma, a triangulação dos registos feitos através da observação são importantes para não estar em causa a sua validade.

Esta ideia é repartida por Fielding e Schreier (citados por Duarte, 2009, p. 14) que afirmam: “*a mais-valia da ‘triangulação’ consiste não em retirar conclusões fidedignas e precisas mas permitir que os investigadores sejam mais críticos, e até céticos, face aos dados recolhidos*”.



**Figura 13 – Triangulação dos Dados**

A triangulação será realizada através da interseção dos dados recolhidos por via dos instrumentos de recolha de dados (Figura 13), o que permitirá verificar com mais rigor as conclusões alcançadas.

Para o tratamento de dados concordamos com o autor Sanches (2005, p 128) onde refere que, “*(...) o cruzamento da informação recolhida com as várias técnicas e a sua cuidada interpretação permite compreender melhor a situação problemática, o seu envolvimento e as variáveis desencadeadoras dos fenómenos a eliminar/atenuar, as fortes e as fracas, nas várias áreas. Desta análise compreensiva da “situação real”, cotejada com toda a informação teórica sobre a/s problemática/s alvo, vão sair as decisões a tomar relativamente à intervenção a realizar, para chegar à “situação desejável” (...).*” ou seja, tal como refere o autor é importante que nós tenhamos conhecimento da turma, para que consigamos fazer uma intervenção ajustada às necessidades encontradas.

### **3.5 Implementação dos procedimentos metodológicos**

Numa primeira fase, realizaram-se conversas informais com a professora titular de turma, com o intuito de recolher informações respeitantes ao tema. Pretendia-se desta forma conhecer melhor a turma no que se refere ao interesse demonstrado pelos alunos na resolução de problemas numéricos, se estes aderem com facilidade, se estão acostumados com este tipo de tarefas e por sua vez quais as estratégias utilizadas pela professora ao apresentar tarefas com problemas numéricos à turma.

Numa segunda fase, foi realizado o enquadramento teórico e os procedimentos a serem adotados nesta investigação.

Numa terceira fase foram construídos os vários instrumentos de recolha dados, o conjunto de problemas numéricos e as entrevistas realizadas aos docentes.

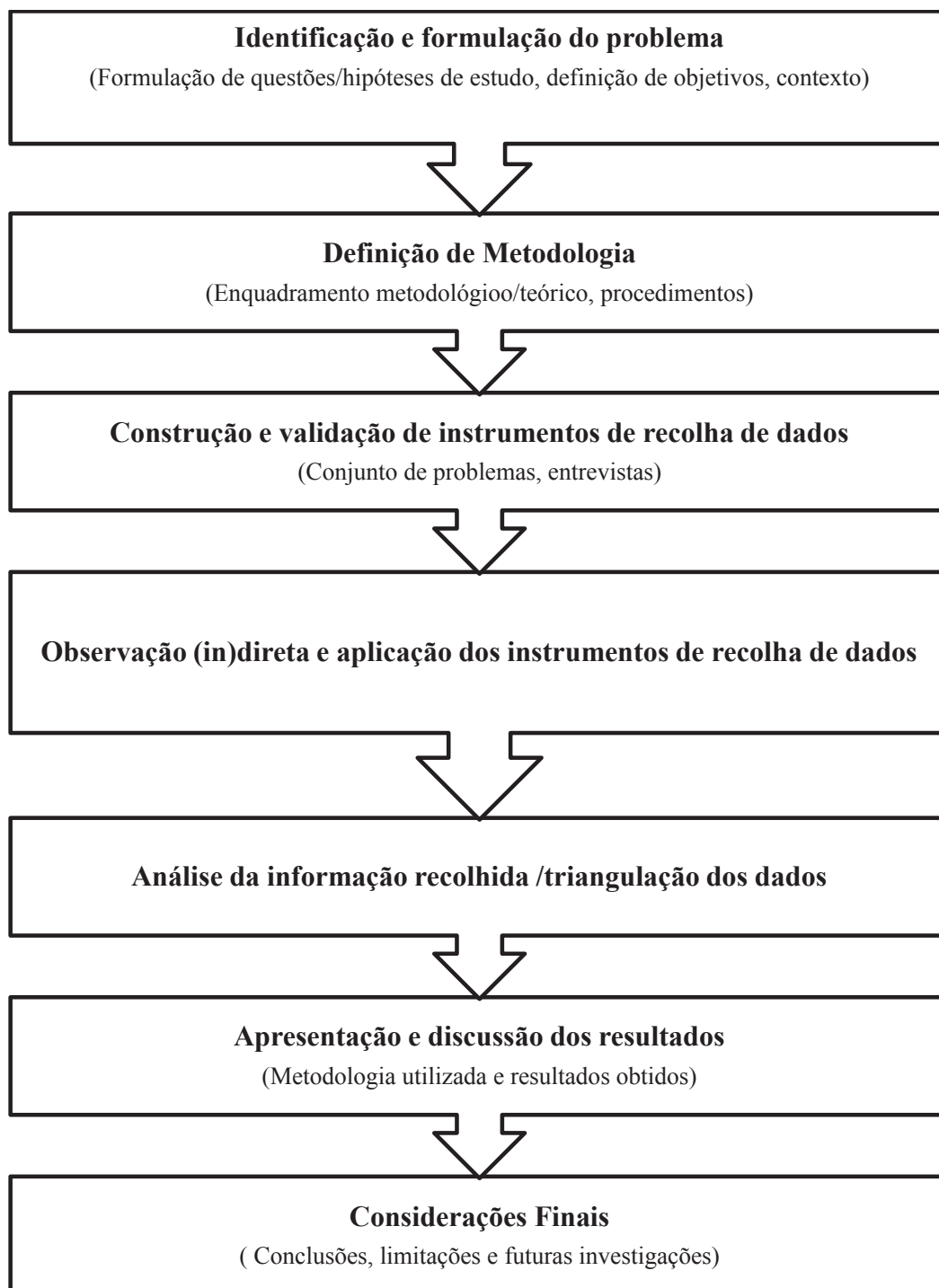
Numa quarta fase houve uma observação (in) direta e foram apresentados à turma um conjunto de problemas numéricos (Apêndice 2). Durante a realização dos mesmos foram ainda efetuados registos com base na observação direta e gravações de áudio/vídeo.

Numa quinta fase foram analisadas as respostas/resolução das tarefas, as representações utilizadas pelos alunos, na resolução dos problemas, e as entrevistas realizadas aos docentes da Escola de Santa Maria. Nesta fase foi feita a triangulação dos dados para que se analisasse com mais rigor as conclusões alcançadas.

Numa sexta fase esteve presente a metodologia utilizada na implementação dos problemas numéricos e os resultados obtidos após a triangulação dos dados.

Por último foram apresentadas as conclusões e as limitações decorrentes desta investigação e exibidas questões para futuras investigações.

Para ilustrar melhor este processo de investigação e intervenção deste estudo apresenta-se o seguinte esquema:



**Figura 14** - Fases do processo de investigação e intervenção deste estudo



## **Capítulo 4- Apresentação e Discussão dos Resultados**

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os principais resultados desta investigação. Assim, tendo presente a revisão bibliográfica e com base nos dados recolhidos, nomeadamente a observação, as entrevistas, análise dos documentos produzidos pelos alunos e os seus registos áudio/vídeo e as conversas formais e informais procurou-se analisar e refletir sobre quais são as representações/ estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver os problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão, reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas e averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas.

### **4.1 Resultados das entrevistas realizadas aos docentes**

Como já foi referido, no ponto 3.3.2, as entrevistas semiestruturadas para este estudo foram dirigidas aos docentes de 3º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico da Escola de Santa Maria e à sua coordenadora do 1º ciclo, para averiguar a sua perspetiva em relação ao contributo das representações Matemáticas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão na resolução de problemas.

No entanto para esta investigação era intenção da investigadora realizar entrevistas semiestruturadas a todos os docentes. Todavia, por incompatibilidade de horário e indisponibilidade de alguns docentes, somente a uma professora se utilizou esta metodologia e aos restantes foi enviado, em suporte papel para responderem por escrito, o conjunto de perguntas consideradas por nós fundamentais para este estudo e que nos permitiu cruzar informação. A única entrevista realizada pessoalmente ocorreu na Escola de Santa Maria, com dias e horas previamente combinadas com a Professora Titular de Turma, tendo tido a duração aproximada de trinta minutos. Antes da entrevista foi explicado o tema, os objetivos e as condições para a realização do estudo. Todas as entrevistas continham um guião previamente definido de forma a conduzir o desenvolvimento da entrevista e contendo objetivos específicos para cada questão (Apêndice 4).

Os dados obtidos por intermédio das entrevistas foram sujeitos à análise de conteúdo. Como resultado deste procedimento foram encontradas as unidades de registo que se encontram distribuídas pelas categorias e subcategorias.

A partir da análise das entrevistas podemos mencionar que quase todos os docentes entrevistados na sua formação académica detêm um curso do Magistério Primário, havendo apenas um docente com o curso de professores do Ensino Básico, variante Educação Física. A partir da análise das entrevistas

também constatamos que todos os docentes entrevistados têm uma vasta experiência profissional pois todos exercem há mais de 25 anos de serviço.

Quanto aos anos de serviço exercidos na Escola de Santa Maria, os docentes não apresentaram muitos anos, pois o docente que exerce lá a mais tempo está há 11 anos nesta escola, sendo que tem mais anos de serviço no mesmo agrupamento, existindo outro docente que também está nesta escola há 7 anos. Os outros docentes exercem nesta escola há sensivelmente 4 anos, desde que foi inaugurado e recebeu os alunos e professores de outras escolas (Salvador e Bairro da Conceição e depois da Escola 7) que integravam o Agrupamento de S<sup>a</sup> Maria.

Relativamente à subcategoria motivação dos alunos para a matemática os docentes consideram de um modo geral que os alunos são motivados e empenhados, havendo até um docente justifica a motivação da sua turma com a utilização nos novos programas “*É uma turma que até está motivada, pois desde do 1º ano que iniciaram os novos programas*” (P2) (Apêndice 6).

Quanto à subcategoria das dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas numéricos, todos os docentes consideram que os alunos apresentam dificuldades e apontam como sendo as maiores dificuldades a “*...a compreensão dos enunciados...*” (P1, P2), “*...a falta de atenção e concentração que a matemática exige...*” (P2), “*...as comunicações de ideias e em expressarem-se de maneira competente...*” (P1) e “*...selecionar as estratégias mais adequadas à resolução dos problemas...*” (P3) (Apêndices 5, 6, 7 e 8).

Na subcategoria da importância das representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão os docentes foram unânimes na sua importância referindo que “*Atribuo-lhe muita importância na medida em que a compreensão é facilitada e também permitem que os alunos se concentrem mais no processo de resolução do que na realização de cálculos, potencializando o cálculo mental.*” (P1), dou-lhe “*...bastante importância, especialmente às informais no início do estudo dessas 2 operações, até que consigam passar às representações formais.*” (P5). Houve apenas um docente que foi mais específico na importância das representações no caso da multiplicação e divisão dizendo que “*É muito importante, os alunos estarem bem com a multiplicação e a divisão, mas para isso necessitam de trabalhar bem as tabuadas.*” (P2) (Apêndices 5, 9, 6).

Os docentes para além de referirem que as representações eram importantes na resolução de problemas também lhe atribuíram benefícios referindo “*... que as representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão auxiliam no raciocínio lógico e fazem com que os alunos elaborem conceitos, diminuindo assim os “bloqueios” apresentados por alguns deles em relação à matemática.*” (P1), ajudam numa “*...melhor compreensão e facilidade na resolução das situações problemáticas.*” (P2), que “*...permitem aos alunos apresentar/desenvolver o raciocínio matemático e adotar um papel ativo na aprendizagem e construção do conhecimento.*” (P3), e que

podem *“Ajudar à compreensão dos problemas; Serem um suporte para delinear estratégias da resolução dos mesmos e servir de suporte para comunicar o seu pensamento”* (P4) (Apêndices 5, 6, 7 e 8). De facto as representações são muito importantes e uteis, pois tal como refere Stylianou (2010) as representações ajudam a interpretar, sistematizar e compreender a informação dada no enunciado, a explorar e perceber qual a melhor forma de chegar a uma resposta correta, bem como monitorizar e avaliar o processo da resolução do problema.

Quanto às representações mais usadas pelos alunos na aprendizagem da multiplicação e divisão, os docentes referiram que são *“...as representações que os alunos mais utilizam nestes casos são as adições e as pictóricas (desenhos)”* (P1), *“as representações gráficas, os algoritmos, os conjuntos e as tabelas”* (P2). *“...são as representações ativas recorrendo a materiais manipuláveis. Depois as icónicas e mais tarde as simbólicas...”* (P3), *“no geral os alunos utilizam representações em que recorrem às imagens e ícones, esquemas, ...”* (P4) e *“Os desenhos ou imagens, mais ou menos bem-feitas, símbolos não convencionais (risquinhos/bolinhas/cruzinhas, especialmente), ligações e tabelas”* (P5) (Apêndices 5, 6, 7, 8 e 9). Uma ideia que parece comum a todos os docentes é que as representações simbólicas são as últimas representações a serem utilizadas, porque correspondem a um nível de raciocínio mais elevado e tardio, a sua utilização só é feita dependendo muitas vezes da “maturidade” do aluno, da sua apreensão de conhecimento e capacidade de mobilizá-los.

Comparativamente no que respeito às representações mais utilizadas pelos professores na resolução de problemas da multiplicação e divisão, estes indicam que a sua utilização *“depende do ano de escolaridade, nível etário. No 1º e 2º ano utilizo muito os desenhos e a manipulação de materiais. No 3º e 4º as representações que frequentemente mais utilizo na abordagem à resolução de problemas de divisão e multiplicação são os algoritmos, mas sobretudo os esquemas pois penso que através deles os alunos compreendem melhor o que se pretende.”* (P1) que *“normalmente atendo ao número de passos necessários às resoluções aumentando a complexidade. É muito importante que os alunos adquiram fluência de cálculo e tenham facilidade em aplicar os algoritmos. Representações gráficas, conjuntos, tabelas, diagramas.”* (P2), e que *“depende da facilidade e/ou disponibilidades apresentadas pelo grupo/turma. Regra geral sigo a sequência descrita na questão anterior tendo em vista partir do concreto para o abstrato.”* (P3)

Outros docentes referem que são as *“representações icónicas e simbólicas porque funcionam como uma memória visual que serve de ajuda ao desenvolvimento pensamento e aplicação de estratégias.”* (P4) e que utilizam diversas representações no seu dia a dia como *“... materiais manipuláveis, imagens ou desenhos, símbolos não convencionais, ... que se vão associando as representações formais (algarismos, retas numéricas, sinais +, X, : e =, diagramas). À medida que os alunos progridem, aligeiram-se as primeiras e insisto nas segundas, dependendo de cada um e das fases*

de aprendizagem. Às vezes é preciso regredir, nem que seja numa situação concreta, para o aluno perceber a situação.” (P5) (Apêndice 9).

Deste modo, os docentes valorizam sobretudo as representações mais formais, de natureza simbólica, embora também reconheçam a utilidade de tabelas e esquemas. Na sua maioria, não se sentem à vontade ou não valorizam muito a reta numérica, pois nenhum referiu que a utilizava.

Como conclusão podemos salientar que todos os docentes de um modo ou de outro, consideram que os alunos devem ser encorajados a usar as representações na resolução de problemas numéricos pois estas auxiliam no seu raciocínio lógico, promovem uma melhor compreensão, são um suporte para delinear estratégias da resolução dos mesmos e servem de suporte para comunicar o seu pensamento.

## 4. 2 Representações utilizadas nos problemas propostos

Para iniciar a análise de todos os problemas acima citados foi concebido um quadro síntese das respostas obtidas aos problemas propostos.

**Tabela 6** - Síntese das respostas obtidas

Problemas	Número de alunos				
	Responderam	Não responderam	Responderam corretamente	Responderam parcialmente correto	Responderam incorreto
<b>1</b>	12	0	6	1	5
<b>2</b>	12	0	10	1	1
<b>3</b>	12	0	8	2	2
<b>4</b>	12	0	6	1	5
<b>5</b>	10	2	4	2	4
<b>6 a)</b>	12	0	9	0	3
<b>6 b)</b>	12	0	10	0	2
<b>6 c)</b>	12	0	10	0	2

A partir da análise deste quadro podemos observar que a grande maioria dos alunos respondeu a todas as questões, havendo apenas dois alunos que não responderam ao problema 5. Também é possível constatar que nos problemas 2, 6 b) e 6 c) foi onde quase todos os alunos responderam corretamente e que nos problemas 1, 4 e 5 foi onde mais alunos responderam mais incorretamente, sendo que no

problema 5, dois alunos não responderam. Por fim é também é possível concluir que o problema 5 foi onde os alunos sentiram mais dificuldades, pois como já referimos dois alunos não responderam e dos dez que responderam apenas 4 acertaram na resposta.

Também como já foi referido, é possível chegar à resolução de um problema através de várias estratégias utilizando diferentes representações. Desta forma, foi realizado um levantamento das diferentes representações utilizadas por cada aluno em cada um dos problemas propostos.

Importa referir que no decorrer da resolução dos problemas, embora disponíveis (ábaco, cuisenaire, tampinhas, palhinhas e outros materiais) na sala de aula, ao contrário do que se esperava, nenhum aluno recorreu a representações ativas para a resolução dos problemas.

Desta forma apresentamos uma tabela síntese (Tabela 7) das representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos.

**Tabela 7-** Representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos

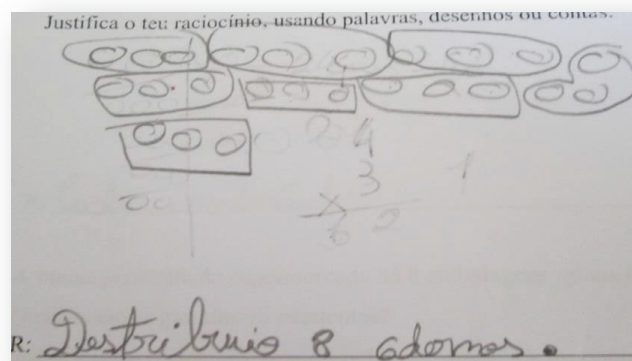
Alunos	Representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos							
	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6 a)	P 6 b)	P 6 c)
1	I	I	I	S	S	I	I	I
2	S	I	I	I	X	I	I	I
3	S	S	S	S	S	S	S	S
4	S	S	S	S	S	S	S	S
5	S	S	S	S	S	S	S	S
6	S	S	S	S	X	S	S	S
7	S	S	S	S	S	S	S	S
8	S	I	S	I	S	I	I	I
9	S	S	I	I	S	S	S	S
10	S	S	S	S	S	S	S	S
11	S	S	S	S	S	S	S	S
12	S	I	S	S	S	I	I	I
<b>Legenda:</b>								
Representações simbólicas (S)		Representações icónicas (I)		Representações ativas (A)		Não respondeu (X)		

Como se pode observar na (Tabela 7), os alunos 3, 4, 5, 6, 7, 10 e 11 utilizaram as representações simbólicas na resolução de todos os problemas propostos. O aluno 1 resolveu quase todos os seus problemas utilizando as representações icónicas a exceção do problema 4 e 5 onde utilizou as

representações simbólicas. O mesmo aconteceu com o aluno 2 que recorreu às representações icônicas para resolver a maioria dos os seus problemas com exceção do problema 2 que utilizou representações simbólicas. O aluno 9 apenas utilizou as representações icônicas nos problemas 3 e 4. Por fim, os alunos 8 e 12 utilizaram as representações icônicas e simbólicas nos mesmo problemas, á exceção do problema 4 em que o aluno 8 utilizou as representações icônicas e o alunos 12 recorreu às representações simbólicas para resolver o problema proposto.

#### 4.2.1 Problema 1

O único aluno que usou a representação icônica na sua resolução organizou e estruturou a informação tal como é possível verificar na (Tabela 7), utilizando o seguinte raciocínio.



**Figura 15** - Ilustração do aluno 1 no problema 1

*“Desenhei bolinhas 24 bolinhas para representar os livros e depois sabendo que a professora entregou 3 livros a cada aluno fiz conjuntos de 3 elementos para descobrir quantos livros levaram os alunos...”* (Aluno 1).

A resolução deste aluno insere-se na categoria da representação icônica na subcategoria de símbolos não convencionais, pois este representou os livros com bolinhas.

Quanto aos restantes alunos que utilizaram as representações simbólicas na resolução do problema 1, selecionamos alguns deles para apresentar o seu raciocínio aplicando esta estratégia.

O aluno 5 resolveu o problema 1 (Figura 16), utilizou uma linguagem matemática formal. A resolução insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algarismos e números;

sinas de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. O aluno organizou e estruturou a informação, tal como é possível verificar na figura 2, utilizando o seguinte raciocínio:

$$\begin{array}{r} 2413 \\ - 248 \\ \hline 00 \end{array}$$

A professora distribuiu os livros por 8 alunos.

**Figura 16** - Ilustração do aluno 5 no problema 1

*“(...) dividi 24 livros pelos 3 livros que a professora entregou a cada aluno e depois fui a tabuada do 3 ver qual era o número que multiplicado por 3 dava 24 e descobri o 8. Ao multiplicar o 8 pelo 3 dava 24 e não sobrava nenhum. Logo a professora distribuiu os livros por 8 alunos.” (Aluno 5)*

Este aluno, optou pelo algoritmo tradicional da divisão e uma multiplicação, sendo que, multiplicou 8 por 3 para resultar 24 e não sobrar nenhum. Neste sentido, pode dizer-se que o Aluno 5 revelou um raciocínio matemático rápido e organizado. O mesmo aluno soube identificar as diferentes etapas da resolução do problema.

Outro aluno que também utilizou as representações simbólicas na sua resolução do problema 1 foi o aluno 8 que apresentou o seu raciocínio tal como é possível averiguar na (Figura 17),

24 livros  
3 livros

$$\begin{array}{r} 2413 \\ - 248 \\ \hline 00 \end{array}$$

R: Determinam 8 livros.

**Figura 17** - Ilustração do aluno 5 no problema 1

*“...primeiro organizei os dados e depois realizei a conta de dividir porque no enunciado refere que a professora distribuiu por alguns alunos os 24 livros existentes na biblioteca da turma e que entregou 3 livros a cada aluno. Dividi 24 por 3 e para fazer a conta pensei na tabuada do 3 ver qual era o número que multiplicado por 3 dava 24 e resto zero, era o 8...”* (Aluno 5).

Este aluno também preferiu utilizar o algoritmo tradicional da divisão, e uma multiplicação, sendo que, multiplicou 8 por 3 para resultar 24 e não sobrar nenhum. Nesta resolução também se pode constatar que o aluno reconhece a divisão como operação inversa da multiplicação.

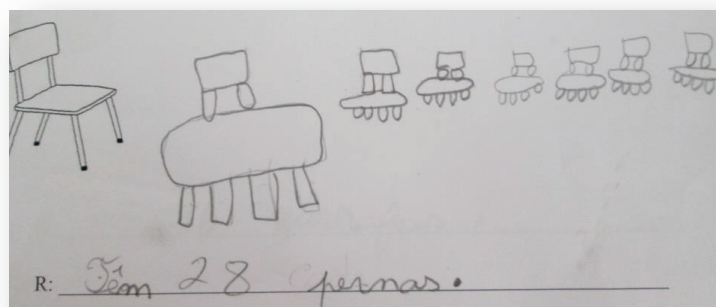
O aluno utilizou uma linguagem matemática formal. A resolução insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas e letras/palavras ao apresentar os dados do problema inicialmente.

#### 4.2.2 Problema 2

No problema 2 os alunos já foram mais homogêneos na utilização das representações e houve 5 alunos a utilizarem representações icônicas e 7 a utilizarem representações simbólicas.

Dos alunos que optaram por utilizar na sua resolução as representações icônicas, elegemos aleatoriamente alguns alunos para expor o seu raciocínio empregando este tipo de representação.

Para resolver o problema 2 o aluno 12 recorreu ao desenho rico em pormenores como se pode observar na (Figura 18).



**Figura 18** - Ilustração do aluno 12 no problema 2

No que diz respeito à forma como o aluno construiu estas representações, este explicou, apontando para o desenho que:

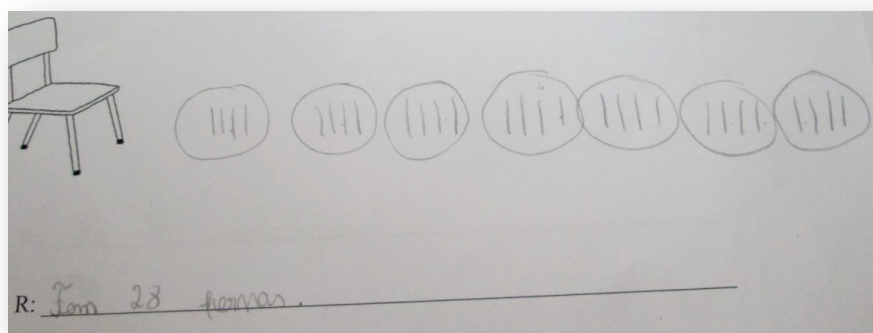
*“... primeiro desenhei 7 cadeiras iguais à figura e depois foi só contar as pernas de todas as cadeiras...”* (Aluno 12)



Este aluno resolveu este problema recheado de pormenores, o que pode indicar que o raciocínio deste aluno está ainda muito ligado ao concreto e ao real.

Quanto as representações utilizadas por este aluno na resolução deste problema inserem-se na categoria das representações icônicas mais concretamente na subcategoria das representações pictóricas (desenhos). Como se pode facilmente constatar, foi através do desenho que o aluno interpretou o problema, representou a resolução completa do mesmo e registou a respetiva solução. Este elemento icónico apoiou o raciocínio matemático do aluno e permitiu que o mesmo comunicasse o processo utilizado e o resultado obtido.

No caso do aluno 8, este começou por desenhar 7 conjuntos, delimitados por uma linha fechada, sendo cada um deles formado por seis risquinhos verticais representativos das 4 pernas de cada cadeira, como podemos observar na (Figura 19).



**Figura 19** - Ilustração do aluno 8 no problema 2

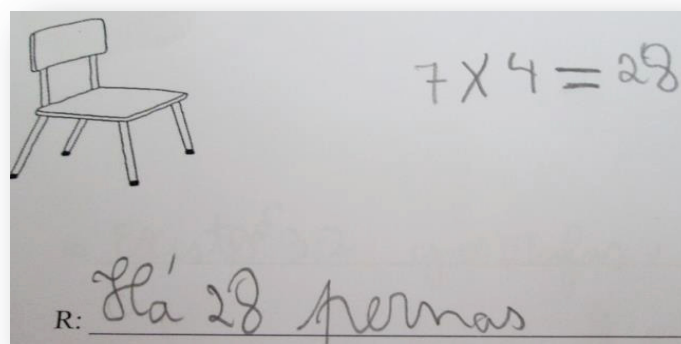
A forma como o aluno organizou os 7 conjuntos traduziu-se num diagrama o qual parece ter também funcionado como suporte ao raciocínio desenvolvido durante a resolução do problema. Ao explicar como tinha construído estas representações, apontou em simultâneo para o primeiro conjunto que se pode ver na figura 19 e referiu que: “Comecei a pôr riscos que eram as 4 pernas e depois pus mais 4 e mais 4 riscos, até 7 conjuntos de 4 riscos...e a seguir fiz uma bolinha de 4 em 4 risquinhos de maneira a formar conjuntos 7” (Aluno 8). O aluno usou o mesmo raciocínio para todos os conjuntos desenhados. Quando lhe foi perguntado acerca do significado daquelas “7 bolas grandes” respondeu-me que “eram para não se confundir” as pernas de cada cadeira. Finalizou o problema contando o total de pernas e que teriam 7 cadeiras iguais à figura do enunciado.

As representações utilizadas pelo aluno 8 na resolução deste problema inserem-se na categoria das representações icônicas. Dentro desta categoria incluem-se nos símbolos não convencionais criados

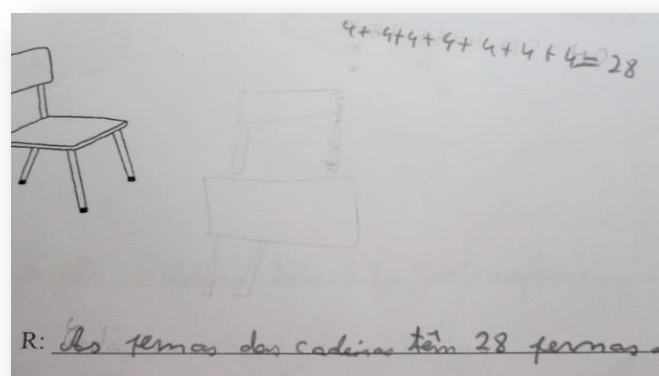
pelo aluno (risquinhos verticais representativos das pernas das cadeiras) bem como o diagrama construído, ambos subcategorias deste tipo de representações.

Relativamente as representações simbólicas utilizadas na resolução do problema 2, também foram selecionados aleatoriamente alguns alunos para mostrar o seu raciocínio aplicando este tipo de representação.

Os alunos 10, 5, 4, 9, 6, 11, 7, utilizaram todos as representações simbólicas recorrendo ao algoritmo da multiplicação da realizar a sua resolução (Figura 20) a exceção do aluno 9 que recorreu ao algoritmo da adição ilustrar o seu raciocínio, tal como se pode observar na (Figura 21).



**Figura 20** - Ilustração do aluno 11 no problema 2

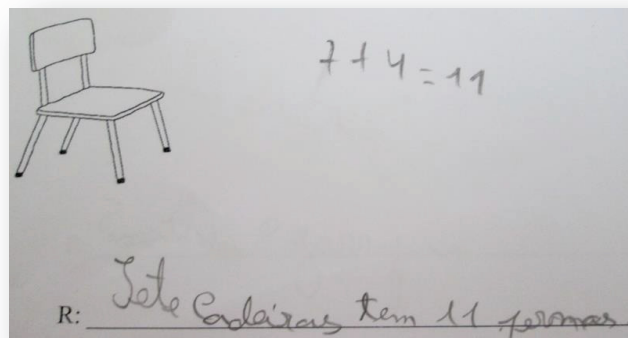


**Figura 21**- Ilustração do aluno 9 no problema 2

A resolução destes alunos insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algoritmos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. Apresentando um

resultado correto, as representações utilizadas revelam que os alunos compreenderam o problema proposto e que conseguiram expor no papel a forma como o interpretaram e como raciocinaram para chegar à resposta.

O aluno 3 foi o único que neste problema que apesar de ter utilizado representações simbólicas na sua resolução apresentou um resultado incorreto, tal como podemos observar na (Figura 22).



**Figura 22** - Ilustração do aluno 3 no problema 2

Quando questionado sobre o seu raciocínio o aluno explicou: “... são 7 cadeiras iguais À da figura, se a figura tem 4 pernas, então é  $7 + 4 = 11$ ” (Aluno 3)

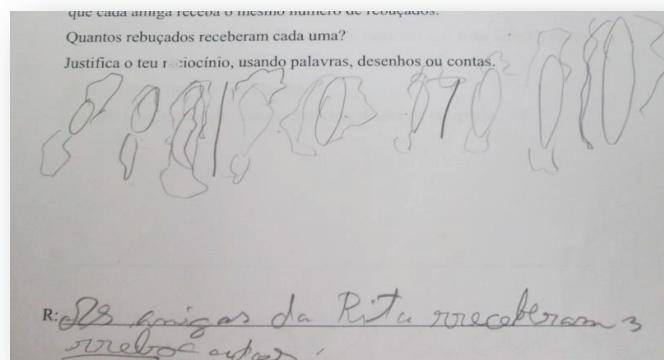
Este aluno não apresentou um raciocínio correto, revelando dificuldades na sua execução. A sua resolução também se insere na categoria da representação simbólica nas subcategorias de Algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas.

#### 4.2.3 Problema 3

No problema 3 houve novamente uma grande disparidade na utilização das representações, havendo apenas 3 alunos a usarem representações icónicas e 9 a utilizarem representações simbólicas.

Para exibir novamente o raciocínio dos alunos face as representações utilizadas neste problema, selecionamos aleatoriamente alguns alunos.

Para resolver o problema 3 utilizando as representações icónicas, o aluno 2 organizou a informação tal como é possível verificar na (Figura 23), utilizando o seguinte raciocínio:



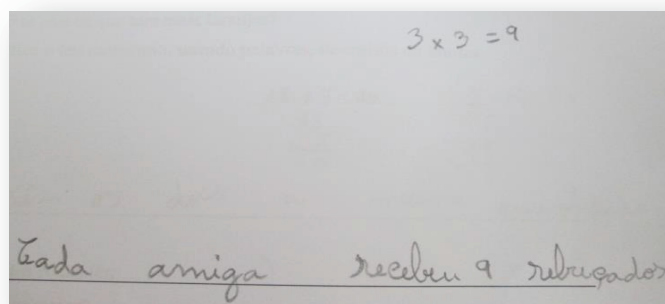
**Figura 23** - Ilustração do aluno 9 no problema 3

*“...dividi o espaço em 3 porque a Rita queria distribuir rebuçados pelas e amigas, e como tinha 9 rebuçados para distribuir fui desenhando um rebuçado em cada parte até não sobrar nenhum....”*  
(Aluno 9).

Como se pode verificar pelas representações construídas pelo aluno, tanto as amigas da Rita com os rebuçados foram representadas por símbolos não convencionais, respetivamente por traços horizontais que representavam as amigas e por círculos com uns riscos que retratavam os rebuçados.

A forma como o aluno representou a estrutura do problema, distribuindo os 9 rebuçados pelas 3 amigas da Rita, tendo em conta as condições impostas pelo problema em questão, traduziu-se num diagrama.

Relativamente a aplicação das representações simbólicas no problema 3, os alunos que optaram pela sua utilização, usaram o algoritmo tradicional da divisão, e uma multiplicação, como foi o caso dos alunos 4 (Figura 24) e o aluno 10 (Figura 25), que podemos observar nas figuras seguintes.



**Figura 24** - Ilustração do aluno 4 no problema 3

9:3 = 3

R: Decebe cada uma 3 rebuçados

**Figura 25** - Ilustração do aluno 10 no problema 3

Nestas duas resoluções pode-se constatar que ambos os alunos revelaram um raciocínio matemático rápido e organizado e que souberam identificar as diferentes etapas da resolução do problema.

A sua resolução insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas e letras/palavras.

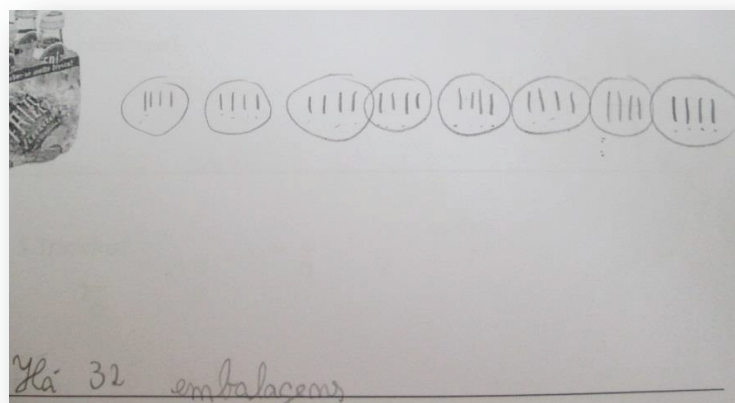
Os alunos em questão mostraram em diversas situações, grande destreza de cálculo, seguindo estratégias e raciocínios flexíveis e eficazes, permitindo-lhe chegar facilmente ao resultado. Para além disso, demonstraram em todos os problemas propostos terem adquirido o conceito de número, como representante de uma quantidade, evidenciando-se o seu domínio mental com os números.

#### 4.2.4 Problema 4

No problema 4 a discrepância na utilização das representações também foi notória porque apenas 3 alunos recorreram às representações icónicas e os restantes utilizaram as representações simbólicas para a sua resolução.

Os 3 alunos que usaram às representações icónicas, foram os alunos 2, 8 e 9.

O aluno 8 recorreu á mesma estratégia que usou na resolução do problema 2. Começou por inicialmente desenhar 8 conjuntos, delimitados por uma linha fechada, sendo cada um deles formado por 4 risquinhos verticais representativos das 4 garrafas de cada embalagem, como podemos observar na (Figura 26).



**Figura 26** - Ilustração do aluno 8 no problema 4

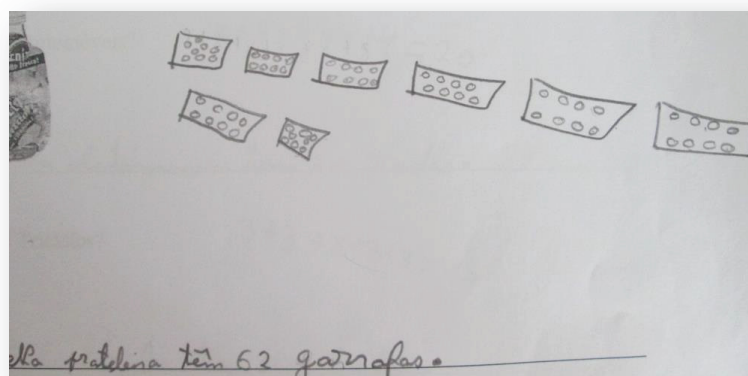
Ao organizar os 8 conjuntos com círculos e risquinhos traduziu-se num diagrama o qual parece ter também funcionado como suporte ao raciocínio desenvolvido durante a resolução do problema.

Ao explicar como tinha construído estas representações, o aluno referiu que: *“Comecei a pôr riscos que eram as 4 embalagens, depois pus mais 4 e mais 4 até ter 8 embalagens ...e a seguir fiz uma bolinha de 4 em 4 risquinhos de maneira a formar conjuntos 8 porque no enunciado dizia que havia 8 embalagens iguais á da figura”* (Aluno 8).

À semelhança da sua resolução no problema 2, este aluno utilizou o mesmo raciocínio para todos os conjuntos desenhados.

As representações utilizadas pelo aluno 8 na resolução deste problema inserem-se na categoria das representações icónicas. Dentro desta categoria incluem-se nos símbolos não convencionais criados pelo aluno risquinhos verticais representativos das garrafas e círculos que representam as embalagens.

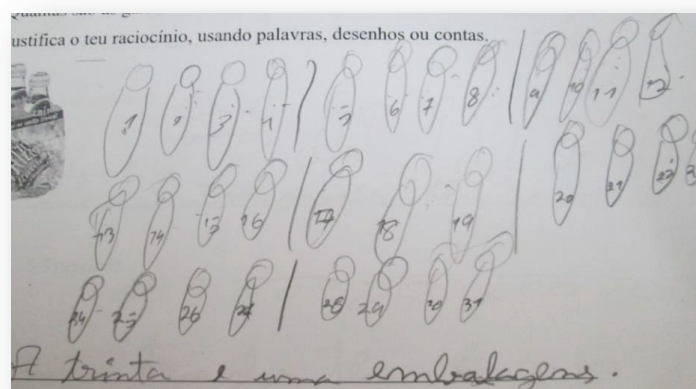
Outro aluno que também usou as representações icónicas na resolução deste problema foi o aluno 9, tal como podemos observar na (Figura 27).



**Figura 27** - Ilustração do aluno 9 no problema 4

Neste problema o aluno não apresentou um raciocínio correto por sentir dificuldade na interpretação e compreensão do enunciado, pois o enunciado referia que “*Numa prateleira do supermercado há 8 embalagens iguais à da figura. Quantas são as garrafas ali existentes*” e o aluno considerou ao desenhar que cada embalagem tinham 8 garrafas, tal como podemos verificar na (Figura 27). As representações utilizadas pelo aluno 9 na resolução deste problema também se inserem na categoria das representações icónicas. Dentro desta categoria incluem-se nos símbolos não convencionais criados pelo aluno bolinhas representativos das garrafas e retângulos que representam as embalagens.

Por último para resolver o problema 4 o aluno 2 recorreu a representações que se inserem em duas categorias: representações icónicas e representações simbólicas, tal como podemos observar na (Figura 28).



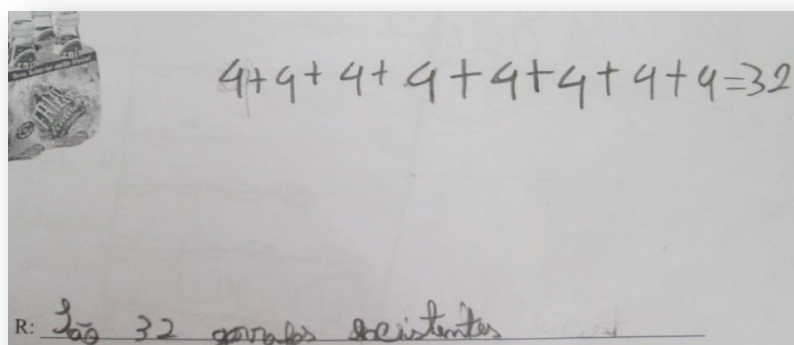
**Figura 28** - Ilustração do aluno 2 no problema 4

O desenho ilustrativo das garrafas pertence à subcategoria das representações icônicas, o desenho. O aluno recorreu ao desenho para representar as garrafas existentes no supermercado. Este elemento icônico (desenho) foi a base de apoio à interpretação e ao raciocínio do problema em questão.

Para além da representação icônica o aluno também elementos simbólicos (algarismos) através do qual contabilizou as garrafas para adquirir a resposta ao problema. No entanto o aluno ao desenhar as garrafas e ao subdividi-las em grupos de 4 para verificar quantas garrafas estavam ali existentes, esqueceu-se de colocar uma garrafa num grupo de 4, tendo ficado apenas 3 garrafas num dos grupos. No total deu ao aluno 31 garrafas existentes na prateleira do supermercado. O seu resultado estava incorreto, mas o seu raciocínio estava correto, havendo visivelmente alguma distração por parte do aluno na realização deste problema.

Relativamente as representações simbólicas, estas foram as mais usadas na resolução deste problema. para mostrar essa utilização foram escolhidos ao acaso dois alunos.

O aluno 1 resolveu o problema 4 utilizando uma linguagem matemática formal. A resolução insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. O aluno organizou e estruturou a informação, tal como é possível verificar na (Figura 29), utilizando o seguinte raciocínio:


$$4+4+4+4+4+4+4+4=32$$

R: São 32 garrafas existentes

**Figura 29** - Ilustração do aluno 1 no problema 4

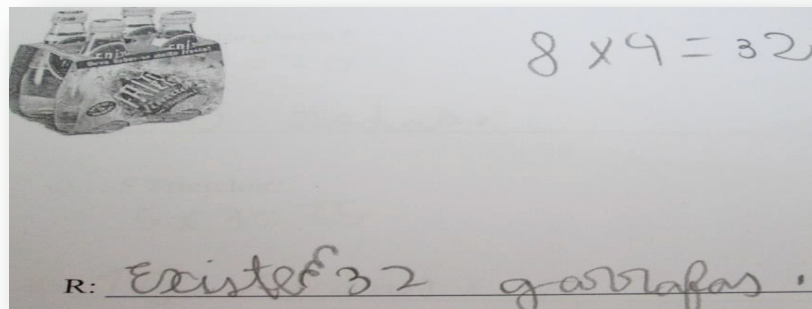
Quando foi solicitado ao aluno que expusesse o seu raciocínio o aluno explicou:

*“... fui somando as 4 garrafas até ter 8 embalagens, deu no total de 32 garrafas”*(Aluno 1).

O aluno recorreu a aplicação do algoritmo da adição para resolver o problema, revelando ter um raciocínio simples e organizado.



A usar o mesmo tipo de representação encontrou-se o aluno 11 que recorreu ao algoritmo da multiplicação para efetuar a sua resolução. O aluno multiplicou as 8 embalagens pelas 4 garrafas representadas na figura do enunciando, tal como podemos comprovar na (Figura 30).



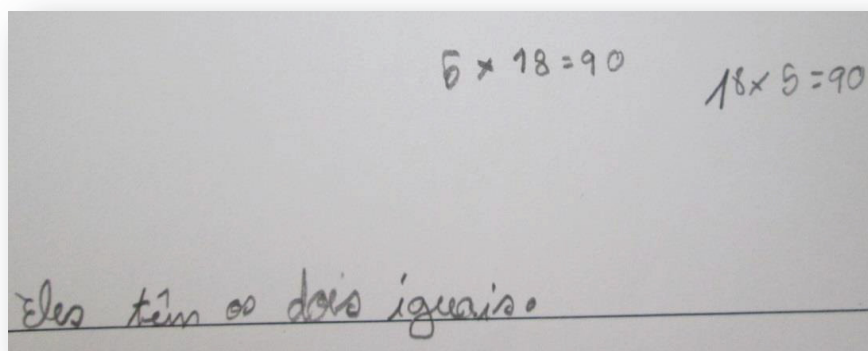
**Figura 30** - Ilustração do aluno 11 no problema 4

Este aluno também utilizou uma linguagem matemática formal, e a sua resolução insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. Revelou ter um bom raciocínio lógico-dedutivo e um cálculo mental rápido, após ter explicado o seu raciocínio “*se são 8 embalagens iguais à da figura, e se na figura estão 4 garrafas, então tenho que multiplicar 8 por 4 que dá 32 e obtenho o número de garrafas.*” (Aluno 11).

#### 4.2.5 Problema 5

No problema 5, todos os alunos usaram representações simbólicas. A sua resolução envolvia apenas uma única operação que não era logo evidente. Neste problema era pretendido que os alunos interpretassem informação representada no problema utilizando a propriedade comutativa da multiplicação e compreendessem as relações existentes entre o contexto do problema e os cálculos necessário.

Como exemplo da sua aplicação foi escolhido aleatoriamente o aluno 5 que utilizou a propriedade comutativa da multiplicação na sua resolução, tal como podemos observar na (Figura 31).


$$5 \times 18 = 90 \quad 18 \times 5 = 90$$

Eles têm os dois iguais.

**Figura 31** - Ilustração do aluno 5 no problema 5

O aluno explicou o seu raciocínio afirmando que “... primeiro multipliquei os 5 sacos com as 18 laranjas do Pedro e depois multipliquei os 18 sacos com as 5 laranjas do João... ambas as contas deram 90 e por isso respondi que têm os dois iguais.” (Aluno 5)

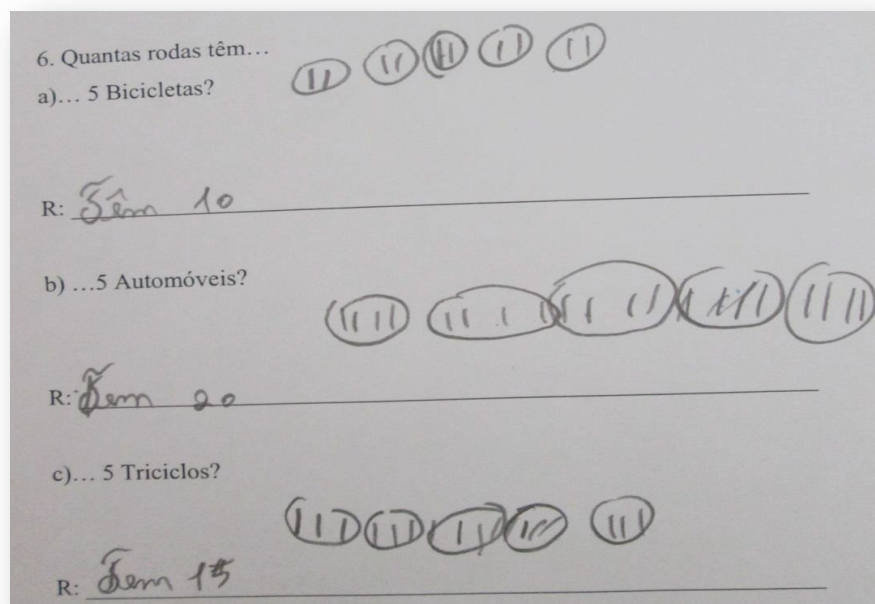
A sua resolução insere-se na categoria da representação simbólica nas subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. Estes elementos simbólicos apoiaram o raciocínio do aluno e permitiram que o mesmo comunicasse o processo utilizado e o resultado obtido.

O aluno revelou um raciocínio simples e organizado, e um bom cálculo mental. Não revelou grandes dificuldades na compreensão e sempre se mostrou empenhado e entusiasmo em resolver os problemas propostos, demonstrando bastante persistência.

#### 4.2.6 Problema 6

O problema 6 estava subdividido em três alíneas. Em todas se pode observar que apenas 4 alunos a utilizaram representações icónicas e 8 alunos a usaram representações simbólicas, como se pode observar na (Tabela 7).

No caso das representações icónicas o aluno 1 utilizou símbolos não convencionais para resolver as diferentes alíneas, tal como se pode observar na (Figura 32).

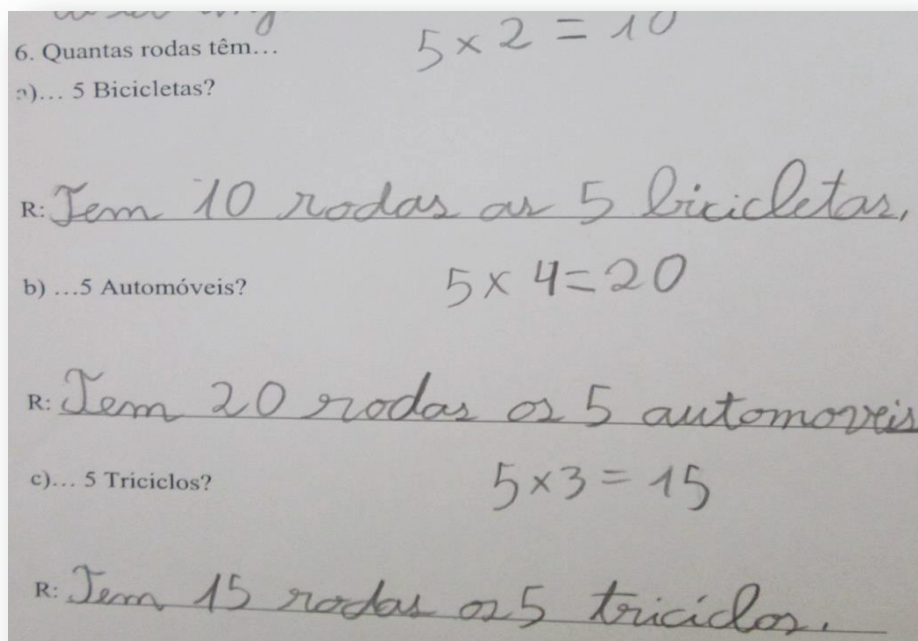


**Figura 32** - Ilustração do aluno 1 no problema 6

O aluno explicou o seu raciocínio utilizado nesta representação dizendo que: “...os *tracinhos* são as rodas dos veículos e os círculos são os veículos. Desenhei conjuntos de *tracinhos* consoante o número de rodas de cada veículo e depois fiz um círculo para me ajudar a contar os veículos que já tinha e para confirmar se já tinha os 5 que eram pedidos...” (Aluno 1). Os elementos icónicos utilizados pelo aluno ajudaram-no na sua compreensão, organização do raciocínio e comunicação matemática. Deste modo o aluno apresentou um raciocínio matemático muito simples e bem estruturado. O mesmo aluno soube identificar e utilizar corretamente as diferentes etapas da resolução do problema.

Relativamente à utilização das representações simbólicas neste problema o aluno 4 recorreu às subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. Estes elementos simbólicos auxiliaram o raciocínio do aluno e permitiram que o mesmo apresentar o processo utilizado e o resultado obtido.

O aluno usou o algoritmo da multiplicação para resolver o problema, tal como podemos observar na (Figura 33).

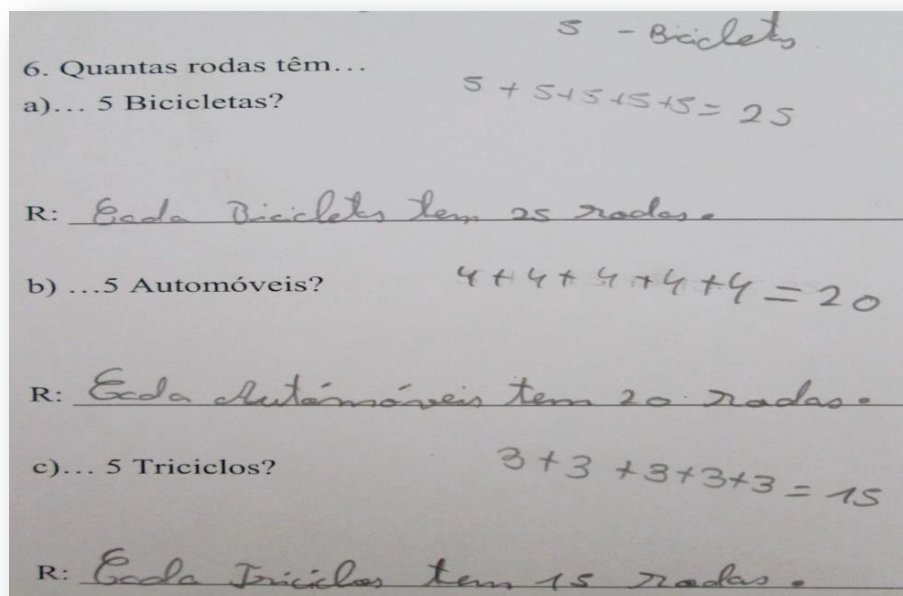


**Figura 33** - Ilustração do aluno 4 no problema 6

“ para as três alíneas fiz a mesma conta, multipliquei as 5 bicicletas/automóveis ou triciclos pelas duas rodas que têm cada uma... para segunda alínea fiz a mesma conta multipliquei os 5 automóveis pelas 4 rodas que cada têm e para ultima alínea também fiz a mesma conta multipliquei os 5 triciclos pelos 3 rodas que cada um têm” ( Aluno 4)

O aluno revelou ter um bom raciocínio logico-dedutivo, e um bom cálculo mental.

Outro aluno que também usou a representação simbólica na sua resolução foi o aluno 9. Mas ao contrário do colega anterior, este aluno recorreu a utilização do algoritmo da adição para resolver o problema, como podemos observar na (Figura 34).



**Figura 34** - Ilustração do aluno 9 no problema 6

Nas resoluções deste aluno podemos observar que o mesmo apresentou dificuldade de interpretação e compreensão na alínea a) em perceber que uma bicicleta têm apenas 2 rodas, e que 5 bicicletas tem 10 rodas. A sua resolução também se insere nas subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas.

Em jeito de conclusão realizamos uma tabela representativa do número de vezes que as representações foram utilizadas na resolução dos problemas propostos.

**Tabela 8** - Número de vezes que as representações foram utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas

Problemas	Número de vezes utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos		
	Representações icónicas	Representações simbólicas	Representações ativas
1	1	11	0
2	4	8	0
3	3	9	0
4	3	9	0
5*	0	10	0
6 a)	4	8	0
6 b)	4	8	0
6 c)	4	8	0
<b>TOTAL</b>	24	71	0

\* Houve dois alunos que não responderam ao problema.

Como é possível observar na (Tabela 8) existe uma grande disparidade entre a utilização das representações simbólicas e icónicas face às representações ativas. Os alunos utilizam preferencialmente as representações simbólicas, ou seja, representações que constituem uma forma mais elaborada de representação da realidade por palavras ou linguagem. A subcategoria mais usada nesta representação foi a subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas.

Consideramos que este resultado também está de acordo com o que foi mencionado nas entrevistas realizadas aos docentes, quando lhe foi questionado quais eram as representações mais usadas pelos alunos neste ano de escolaridade “ ...utilizam mais à adição de parcelas iguais e a representação de conjuntos com igual número de elementos...utilizam também a representação de conjuntos.” (P 1), “ As representações gráficas, os algoritmos, os conjuntos e as tabelas” (P2), “ No geral os alunos utilizam representações em que recorrem às imagens e ícones, esquemas, ...”( P4) “ Os desenhos ou imagens, mais ou menos bem-feitas, símbolos não convencionais (risquinhos/bolinhas/cruzinhas, especialmente), ligações e tabelas” (P5) (Apêndice 10).

No que diz respeito às representações icónicas, em particular ao desenho, este desempenhou um papel crucial nas representações de alguns alunos mostrando diferentes elementos do problema ou chegando, em alguns casos, a representar a resolução completa do problema. Este elemento icónico serviu também como meio de interpretação do problema e como registo da solução. Esta representação

funcionou como um ferramenta para os alunos darem significado aos conceitos e ideias matemáticas que iam encontrando. Através deste elemento icónico, os alunos tiveram oportunidade de refletir sobre o que iam construindo e recordar o processo matemático utilizado. Os desenhos criados pelos alunos tinham significado, eram intencionais e tinham um propósito.

Uma das subcategorias mais usadas das representações icónicas foi o diagrama. Esta representação revelou-se um instrumento essencial para os alunos organizarem o seu pensamento matemático de modo a exibirem a estrutura dos problemas que procuravam resolver. O diagrama serviu ainda de apoio a diferentes raciocínios matemáticos e desenvolveu bases para a solução dos problemas propostos. Através desta representação os alunos comunicaram também o processo de resolução assim como a solução encontrada. Através dos diagramas construídos, os alunos realizaram diversas inferências que os conduziram, na maioria das vezes, à resposta correta.

Importa ainda referir que, mesmo quando os alunos não delimitavam a solução a solução correta do problema proposto, as representações revelavam se o aluno em questão tinha ou não compreendido e interpretado corretamente o problema.

Quanto às representações ativas (ações e uso de materiais manipulativos) pode-se constatar que os alunos não sentiram necessidade de recorrer a objetos como meio de resolução dos problemas, mesmo dispondo de alguns materiais matemáticos.

#### **4.3 Estratégias utilizadas nos problemas propostos**

Como já foi mencionado anteriormente a resolução de problemas detém diversas estratégias possíveis, que podem ser expressas por diferentes formas, recorrendo a várias representações. Os alunos devem ser incentivados a desenvolver as suas próprias estratégias de cálculo e a partilhá-las e discuti-las com os seus pares e com o professor, desenvolvem um importante conjunto de aprendizagens.

Os alunos devem começar por apresentar estratégias de resolução mais informais, recorrendo a esquemas, diagramas, tabelas ou outras representações, mas devem ser incentivados pelo professor a recorrer progressivamente a métodos mais organizados e formalizados.

Os problemas devem ser diversificados e apelativos para a utilização diferentes estratégias de resolução para permitir diferentes representações por parte dos alunos.

Para a análise das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas também organizamos as estratégias por categorias e subcategorias como podemos observar no (Apêndice 1).

Porém para promover uma visão mais global e simultânea do número de vezes que as estratégias foram utilizadas pelos alunos nos problemas propostos também se criou a (Tabela 9).

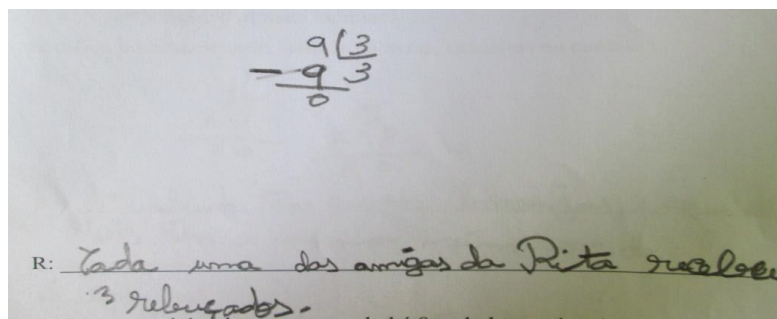
**Tabela 9** - Número de vezes que as estratégias foram utilizadas pelos alunos nos problemas

Estratégias	Número de vezes utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos								TOTAL
	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5*	P 6 a)	P 6 b)	P 6 c)	
Descobrir um padrão, regra ou lei de formação	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fazer tentativas, conjecturas	3	2	1	4	7	0	0	0	17
Trabalhar do fim para o princípio	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Usar dedução lógica	8	6	8	5	3	8	8	8	54
Reduzir a um problema mais simples	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fazer uma simplificação, experimentação ou dramatização	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fazer um desenho, diagrama ou esquema	1	4	3	3	0	4	4	4	23
Fazer uma listagem de algumas/todas as possibilidades	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>-</b>

\* Houve dois alunos que não responderam ao problema.

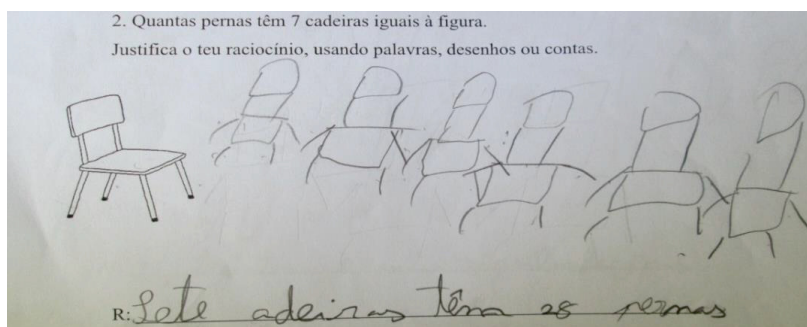
A partir de uma primeira leitura horizontal da (Tabela 9), constata-se que as estratégias mais utilizadas pelos alunos na resolução dos seis problemas propostos foram ordenadamente a *Usar dedução lógica*, a *Fazer um desenho, diagrama ou esquema*, e *Fazer tentativas, conjecturas*. A primeira categoria de estratégias referida surge em todos os problemas resolvidos, a segunda categoria surge em 7 problemas e a terceira categoria apenas aparece em 5 problemas.

Mostramos de seguida algumas figuras representativas das estratégias mais utilizadas.

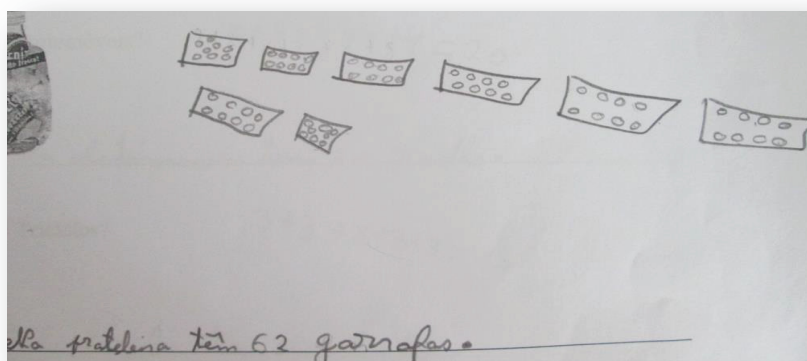


**Figura 35** – Estratégia: Usar dedução lógica





**Figura 36** – Estratégia: Fazer um desenho, diagrama ou esquema



**Figura 37** – Estratégia: Fazer tentativas, conjeturas

As restantes estratégias não foram utilizadas por nenhum aluno, estando essa escolha diretamente relacionada com as características dos problemas propostos, sobretudo no que diz respeito às estruturas matemáticas envolvidas.

Em suma podemos concluir que todos os problemas propostos procuravam ser problemas de processo, que solicitassem o uso de diferentes estratégias de resolução e apelassem ao uso diversificado de diferentes tipos de representação. Alguns dos problemas apresentados, continham mais do que uma resolução possível, o que para além de levar o aluno a envolver-se ativamente num processo de descoberta, proporcionava o uso de diferentes representações com diferentes estratégias. Também se pode concluir que as representações construídas pelos alunos no decorrer da resolução das tarefas propostas, determinam o tipo de estratégia ou estratégias aplicada, como foi o caso da estratégia *Fazer uma simulação, experimentação ou dramatização* que não foi aplicada em nenhum problema, porque nenhum aluno utilizou as representações ativas para a sua resolução.

#### 4.4 Dificuldades encontradas na resolução dos problemas propostos

Como podemos constatar no ponto 4.3 houve vários alunos que sentiram dificuldades na resolução dos vários problemas propostos. Tendo em conta as respostas parcialmente corretas e incorretas dadas pelos alunos organizou-se em categorias as dificuldades sentidas pelos mesmos na resolução dos problemas, como se pode observar no (Apêndice 1).

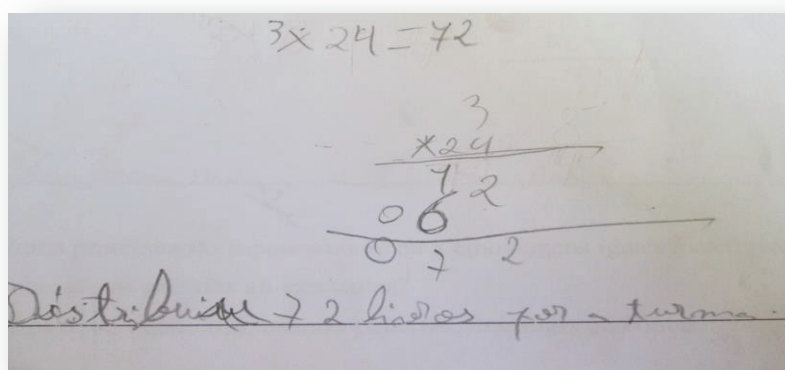
Também como já foi exposto anteriormente as categorias foram adaptadas segundo a autora Tomé (2013), e criadas com base na análise das respostas dadas aos problemas, dos registos áudio/vídeo e das conversas com os alunos.

Consideramos estas três categorias como dificuldades observadas:

1. **Interpretação e compreensão do problema;**
2. **Compreensão e concretização dos cálculos necessários;**
3. **Organização do raciocínio e comunicação matemática**

##### 4.4.1 Categoria: Interpretação e compreensão do problema

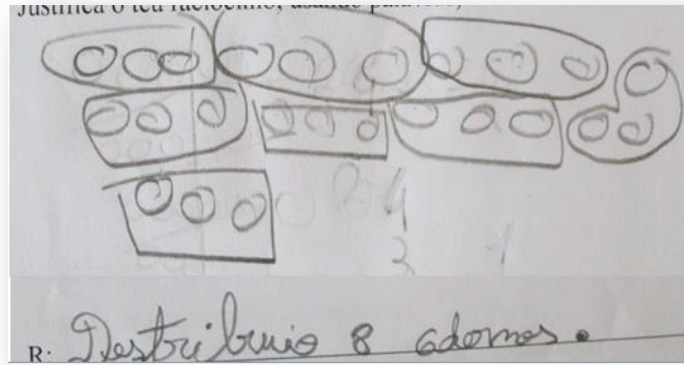
Uma das dificuldades observadas foi a interpretação e incompreensão dos problemas. Houve 5 alunos que não interpretaram corretamente os enunciados e por isso não estes não poderiam ser bem resolvidos. O aluno 3, ao realizar o Problema 1 apresentou uma má interpretação do enunciado, pois nele estava explícito que a professora tinha distribuído por alguns alunos os 24 livros existentes, obrigando á realização de uma operação de divisão. (Figura 38).


$$3 \times 24 = 72$$
$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 24 \\ \hline 12 \\ 60 \\ \hline 72 \end{array}$$

Distribuir 72 livros por a turma.

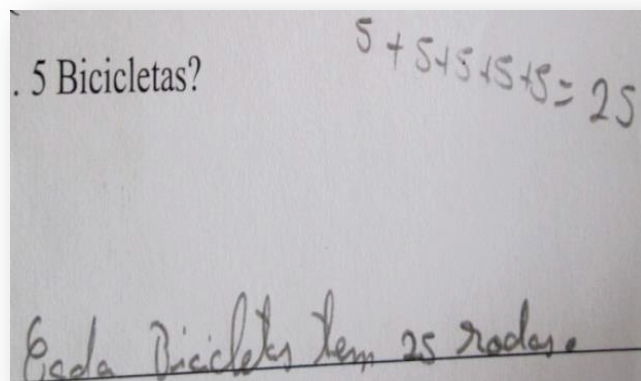
**Figura 38-** Ilustração do aluno 3 no problema 1

Outro exemplo do mesmo problema e da mesma dificuldade apresentada foi na resolução do aluno 1, onde o mesmo apresentou na resposta cadernos que não eram referenciados no enunciado, como podemos observar na (Figura 39).

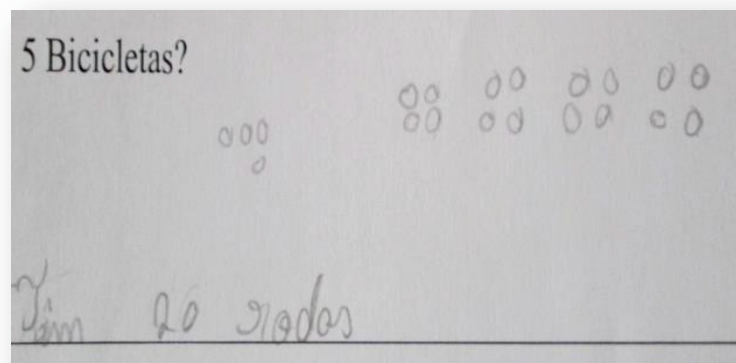


**Figura 39-** Ilustração do aluno 1 no problema 1

Outro problema onde foi muito notória a presença desta dificuldade foi no problema 6 a) onde era solicitado “Quantas rodas têm 5 Bicicletas”. Os alunos 8 e 9 exteriorizaram esta dificuldade, porque não refletiram inicialmente quantas rodas têm apenas 1 bicicleta. O resultado desta dificuldade refletiu-se na sua resolução. (Figura 40 e Figura 41)



**Figura 40-** Ilustração do aluno 9 no problema 6



**Figura 41-** Ilustração do aluno 8 no problema 6

Consideramos que esta dificuldade na interpretação e compreensão dos problemas advém muito daquilo que a professora titular expôs na sua entrevista dizendo que nesta turma “ *A maior dificuldade na resolução de problemas é a sua compreensão. O nível sociocultural dos alunos da turma é baixo e não dominam bem a linguagem, revelando conseqüentemente dificuldades na comunicação de ideias e em expressarem-se de maneira competente. É comum deparar-me com alunos que não sabem interpretar o que o problema pede.*” (Apêndice 5).

#### **4.4.2 Categoria: Compreensão e concretização dos cálculos necessários**

A compreensão e a concretização dos cálculos necessários também mostraram ser um grande obstáculo na resolução dos problemas.

No Problema 5 pretendia-se que os alunos interpretassem informação representada no problema utilizando a propriedade comutativa da multiplicação, compreendessem as relações existentes entre o contexto do problema e os cálculos necessário e que pudessem utilizar diversas estratégias de resolução.

O aluno 9, ao realizar o problema somou os 5 sacos com as 18 laranjas do Pedro e os 18 sacos com as 5 laranjas em cada um do João. Depois somou as duas quantidades e deu um total de 46 ao qual escreveu na sua resposta “ *O Pedro e o João têm 46 sacos e laranjas.*” (Figura 42).

laranjas - 18  
tacos - 23  
+ 18  
23  
+ 23  
46

laranjas - 18  
laranjas - 23  
+ 18  
23  
+ 23  
46

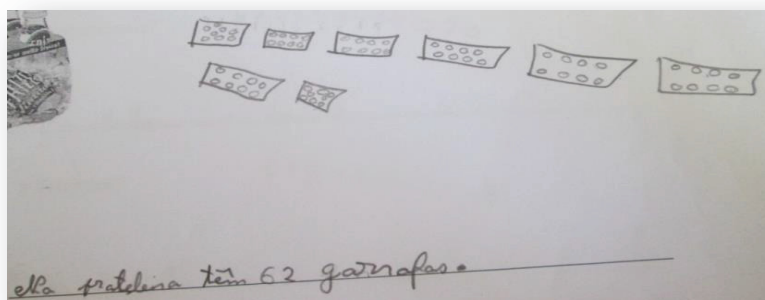
O Pedro e a mãe têm 46 laranjas e laranjas.

**Figura 42** - Ilustração do aluno 9 no problema 5

Neste problema o aluno revelou muitas dificuldades de compreensão, pois para além do raciocínio incorreto, a sua resposta não correspondia ao que era desejado.

Apresentando a mesma dificuldade, os alunos sentiram muitas dificuldades de compreensão e concretização dos cálculos necessários no problema 4. Neste problema o enunciado continha uma imagem para facilitar a sua interpretação, era simples e sucinto, estando condicionado aos conteúdos numéricos abordados pelos alunos até ao momento.

O aluno 9 utilizou desenhos para realizar a sua resposta como se pode observar na seguinte figura. (Figura 43)

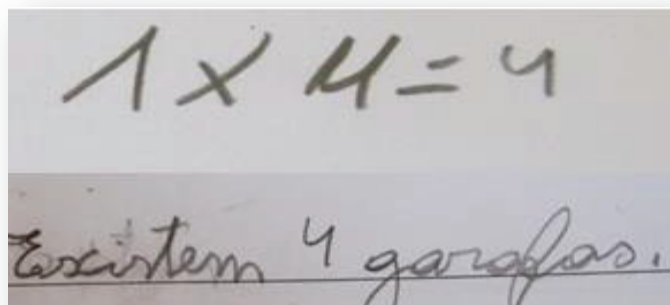


**Figura 43** - Ilustração do aluno 9 no problema 4

Quando questionado sobre o seu raciocínio o aluno explicou: “Desenhei as 8 embalagens com as 8 garrafas em cada uma. Depois contei as bolinhas e deu 62 que era o número de garrafas.”

Com esta explicação do aluno é claro que não existiu compreensão do problema e que não olhou para a figura para concretizar os cálculos necessários. O mesmo acontece com outro exemplo muito

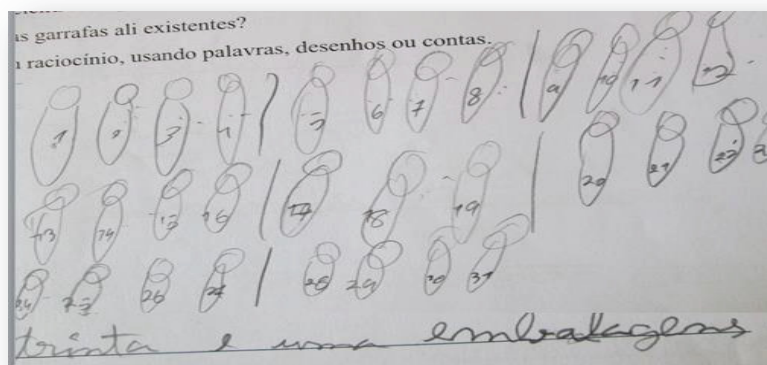
idêntico com a mesma dificuldade apresentada na resolução do aluno 6 (Figura 44). O aluno explicou o seu raciocínio dizendo que “ *multipliquei uma embalagem por quadro garrafas existentes que foi dar 4 garrafas, e depois pensei, logo no supermercado existem 4 garrafas naquela prateleira.*”



Handwritten work of student 6 showing the calculation  $1 \times 4 = 4$  and the conclusion "Existem 4 garrafas."

**Figura 44-** Ilustração do aluno 6 no problema 4

Outro exemplo da mesma dificuldade, mas diferente dos acima mencionados, foi a resolução ao mesmo problema do aluno 2, que mostrou ter compreendido o problema mas falhou na concretização dos cálculos necessários, produzindo uma resposta incorreta ao problema.

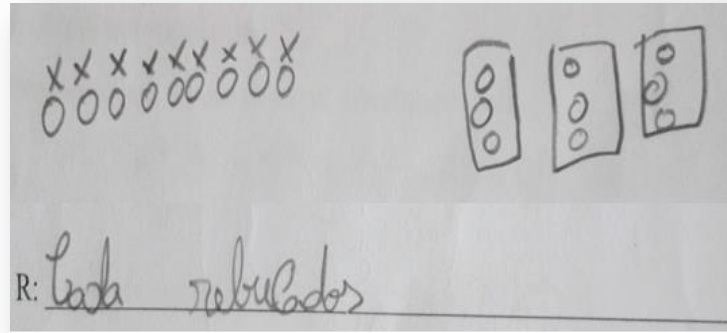


**Figura 45 -** Ilustração do aluno 2 no problema 4

#### 4.4.3 Categoria: Organização do raciocínio e comunicação matemática

Outra das dificuldades encontradas relacionou-se com a explicação dos raciocínios e a colocação dos mesmos no papel, ou seja, aspetos associados à comunicação matemática.

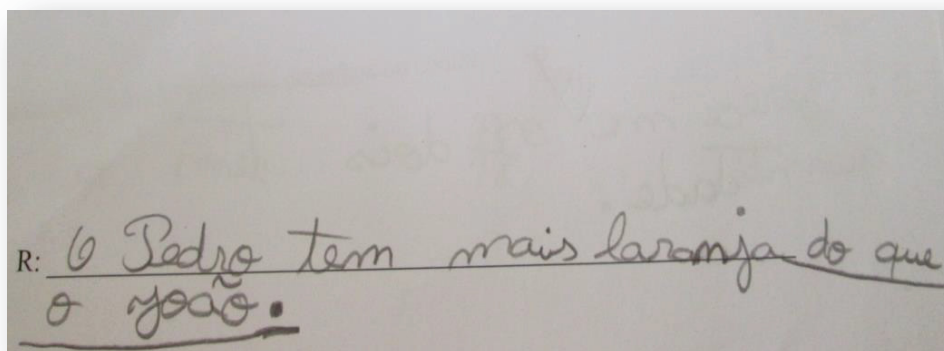
Ao problema 3 o aluno 1 resolve-o utilizando representações icônicas, mas não registou a resposta ao problema, como se pode observar na (Figura 46).



**Figura 46** - Ilustração do aluno 1 no problema 3

Quando questionado sobre o seu raciocínio o aluno 1 demonstrou dificuldade em perceber o porquê de ter executado aquele cálculo: “Eram 9 rebuçados e a Rita tinha três amigas que são os quadrados e distribui os rebuçados pelos amigas até não haver nenhum, mas agora não sei o que responder...”

Outro exemplo da dificuldade de organização do raciocínio e comunicação matemática foi a resolução do aluno 12 que não apresentou cálculos e apenas respondeu no enunciado “O Pedro tem mais laranjas do que o João. Quando lhe foi pedido que explicasse o seu raciocínio o aluno disse: “olhei para o enunciado e respondi, mas não sei explicar como pensei... .” (Figura 47).



**Figura 47** - Ilustração do aluno 12 no problema 5

Numa análise global às atividades propostas pôde-se apurar que a maioria dos alunos que responderam parcialmente correto ou incorreto aos problemas propostos apresentaram mais dificuldades ao nível da compreensão e concretização dos cálculos necessários. Também se verificou que esses mesmos alunos tiveram menos dificuldades na realização do Problema 2, cujo nível de complexidade era menor em comparação com os problemas restantes. Deste modo apresentamos a (Tabela 10), para ilustrar o que foi mencionado.

**Tabela 10 – Dificuldades dos alunos na resolução dos problemas propostos**

<b>Dificuldades dos alunos na resolução dos problemas propostos</b>									
<b>Dificuldades</b>	<b>Número de alunos que responderam parcialmente correto e incorreto</b>								
	<b>P 1</b>	<b>P 2</b>	<b>P 3</b>	<b>P 4</b>	<b>P 5</b>	<b>P 6 a)</b>	<b>P 6 b)</b>	<b>P 6 c)</b>	<b>Total</b>
Interpretação e compreensão do problema	2	0	1	0	1	3	0	0	7
Compreensão e concretização dos cálculos necessários	3	1	2	5	4	0	2	2	19
Organização do raciocínio e comunicação matemática	1	1	1	1	1	0	0	0	5

De acordo com o que foi analisado, podemos concluir que as maiores dificuldades apresentadas resultaram muitas vezes da incorreta interpretação e compreensão do problema e consequente má compreensão e concretização dos cálculos necessários, sendo que estas também coincidem com as opiniões dos entrevistados, quando estes referem que as maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos neste nível de escolaridade são “...a capacidade de compreensão do que é solicitado e encontrarem a estratégia mais adequada para resolverem o problema.” (P 4), “...selecionar as estratégias mais adequadas à resolução dos problemas e avaliar/confirmar os resultados após a aplicação das mesmas.”, “... extrair a informação – compreender o enunciado e perceberem o que é pedido...” (P 5) (Apêndices 8 e 9).



## Capítulo 5 – Conclusões, limitações e futuras investigações

Com o término do trabalho desenvolvido surge o momento de fazer as respectivas conclusões, tendo sempre presente as questões que orientaram o respetivo estudo, e os objetivos a que nos propusemos alcançar e que serviram de guia para todo o desenvolvimento desta investigação.

### 5.1 Conclusões

A nossa opção organizacional para apresentar as conclusões favorece-a na sistematização dos resultados obtidos nas sessões anteriores, tendo como base os objetivos e as perguntas de investigação que nortearam este trabalho.

- **Objetivo 1-** Identificar as representações que os alunos utilizam para resolver os problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão.
- **Questão 1-** Quais são as representações mais usadas pelos alunos na abordagem a resolução de problemas da multiplicação e divisão?

Como forma de alcançar o objetivo e responder á primeira questão, foram apresentados aos alunos, oito problemas numéricos, onde através da observação direta e com análise pormenorizada dos problemas propostos, foi possível chegar a conclusão que os alunos utilizam preferencialmente as representações simbólicas, ou seja, representações que constituem uma forma mais elaborada de representação da realidade por palavras ou linguagem, e que a subcategoria mais usada nesta representação foi a subcategorias de algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/ expressões matemáticas. Essa utilização feita preferencialmente pelos alunos também se deve em parte pelo que está implícito no Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (2013, p. 5), onde está referido que “...*embora os alunos possam começar por apresentar estratégias de resolução mais informais, recorrendo a esquemas, diagramas, tabelas ou outras representações, devem ser incentivados a recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados.*” e pelo que lhes é observado no método de ensino dos seus docentes, pois estes utilizam regularmente as representações simbólicas neste ano de escolaridade, como podemos observar nas entrevistas realizadas “*depende do ano de escolaridade, nível etário... No 3º e 4º são as representações que frequentemente mais utilizo na abordagem à resolução de problemas de divisão e multiplicação são os algoritmos, mas sobretudo os esquemas pois penso que através deles os alunos compreendem melhor o que se pretende.*” (P1). Uso

muito as “... representações icónicas e simbólicas porque funcionam como uma memória visual que serve de ajuda ao desenvolvimento pensamento e aplicação de estratégias.” (P4) (Apêndices 5 e 8).

- **Objetivo 2** - Reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão.
- **Questão 2** - Quais são os contributos da utilização das representações na resolução das tarefas propostas?

Como resposta a este objetivo/questão podemos concluir que as representações utilizadas pelos alunos no âmbito da presente investigação assumiram papéis e funções muito distintas entre si. Um dos contributos iniciais ao nível da resolução dos problemas propostos foi o de facilitar aos alunos transpor para o papel a informação ouvida no decorrer da leitura em voz alta dos enunciados dos problemas.

Neste caso, as representações auxiliaram a compreensão do enunciado do problema, a interpretação do mesmo, bem como das relações existentes entre os dados do problema.

No que diz respeito a utilização das representações icónicas utilizadas pelos na resolução dos problemas, estas basearam-se em três subcategorias: representações pictóricas (desenhos); diagramas e símbolos não convencionais. Cada uma destas subcategorias alcançou um papel muito próprio no âmbito da resolução dos problemas, pois estas surgiram muitas vezes como elementos icónicos e simbólicos.

O desenho (representação icónica) desempenhou um papel fulcral nas representações de alguns dos alunos, mostrando diferentes elementos do problema ou chegando, em alguns casos, a representar a resolução completa do problema. Muitos dos desenhos exibidos estavam recheados de diversos pormenores, o que indicou que o raciocínio dos alunos estava ainda muito ligado ao concreto e ao real. Este elemento icónico serviu ainda, frequentemente, como recurso de interpretação do problema e como registo da solução. O desenho também ajudou alguns alunos a darem significado aos conceitos e a organizar às ideias matemáticas que iam fluindo. Todos os desenhos criados pelos alunos tinham significado, eram intencionais e apresentavam um propósito na sua resolução.

Outra subcategoria das representações icónicas muito utilizada, foi o diagrama. Esta representação serviu de apoio a diferentes raciocínios matemáticos e auxiliou nas bases para a solução dos problemas envolvidos. Através desta representação, os alunos comunicaram também o processo de resolução seguido bem como a solução encontrada. Através dos diagramas construídos, os alunos realizaram diversas deduções que os conduziram, na maioria das vezes, à resposta correta.

Os símbolos criados pelos próprios alunos para representar determinado elemento do real, os símbolos não convencionais, tiveram igualmente um papel importante no âmbito da presente

investigação. Observou-se com muita frequência, que os símbolos não convencionais foram utilizados como se de objetos reais se tratassem.

A utilização destes símbolos permitiram aos alunos expressar as suas ideias matemáticas e comunicar aos outros como encontraram a solução para o problema proposto, além de lhes ter proporcionado uma resolução mais rápida do problema proposto.

Importa ainda salientar que estes símbolos não convencionais tiveram muito significado e funcionaram como suporte para a descoberta e construção pessoal de linguagens convencionais e não convencionais.

No que concerne às representações simbólicas, estas encontraram-se divididas em três subcategorias: algarismos e números; sinais de operações e sinal de igual/expressões matemáticas e letras/palavra escrita. Estas subcategorias das representações do tipo simbólico estiveram presentes desde as primeiras representações elaboradas pelos alunos. No entanto, a sua utilização variou de aluno para aluno e consoante as características do problema que estava envolvido.

É importante também referir que em algumas situações, as representações simbólicas foram apenas utilizadas para representar e comunicar a solução encontrada e/ou um determinado número de elementos do problema em questão.

Ainda no campo das representações simbólicas, os algarismos e números bem como as letras e a palavra escrita estiveram bem evidentes na maioria das representações construídas. Os algarismos e números (utilizados em quase todos os problemas) foram utilizados sobretudo para representar a solução do problema e representar os passos intermédios no decorrer do processo de resolução. A palavra escrita surgiu maioritariamente em muitas das representações apresentadas, como resposta ao problema.

Também podemos constatar o contributo do uso das representações nas entrevistas realizadas aos docentes, onde estes referem que “ *Atribuo-lhe muita importância na medida em que a compreensão é facilitada e também permitem que os alunos se concentrem mais no processo de resolução do que na realização de cálculos, potencializando o calculo mental.*” (P1), dou-lhe “ *...bastante importância, especialmente às informais no início do estudo dessas 2 operações, até que consigam passar às representações formais.*” (P5). Houve apenas um docente que foi mais específico na importância das representações no caso da multiplicação e divisão dizendo que “ *É muito importante, os alunos estarem bem com a multiplicação e a divisão, mas para isso necessitam de trabalhar bem as tabuadas.*” (P2) (Apêndices 5, 9, 6).

Os docentes para além de referirem que as representações eram importantes na resolução de problemas também lhe atribuíram benefícios referindo “*... que as representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão auxiliam no raciocínio logico e fazem com que os alunos elaborem conceitos, diminuindo assim os “bloqueios” apresentados por alguns deles em*

*relação à matemática.” (P1), ajudam numa “...melhor compreensão e facilidade na resolução das situações problemáticas.” (P2), que “...permitem aos alunos apresentar/desenvolver o raciocínio matemático e adotar um papel ativo na aprendizagem e construção do conhecimento.” (P3), e que podem “Ajudar à compreensão dos problemas; Serem um suporte para delinear estratégias da resolução dos mesmos e servir de suporte para comunicar o seu pensamento” (P4) (Apêndices 5, 6, 7 e 8). De facto as representações são muito importantes e uteis, pois tal como refere Stylianou (2010) as representações ajudam a interpretar, sistematizar e compreender a informação dada no enunciado, a explorar e perceber qual a melhor forma de chegar a uma resposta correta, bem como monitorizar e avaliar o processo da resolução do problema.*

- **Objetivo 3-** Averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão.
- **Questão 3-** Que dificuldades sentiram os alunos na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão?

Para este objetivo/questão podemos mencionar, que mesmo quando os alunos não determinaram a solução correta do problema proposto, as representações apresentadas revelaram se o aluno em questão tinha ou não compreendido e interpretado corretamente o problema. As soluções incorretas apresentadas resultaram muitas vezes da incorreta interpretação e compreensão do problema e consequente má compreensão e concretização dos cálculos necessários, como podemos observar no ponto 4.6 desta investigação.

Também de acordo com o que foi analisado, as dificuldades apresentadas por estes alunos coincidem com as opiniões dos entrevistados, quando estes referem que as maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos neste nível de escolaridade são “...a capacidade de compreensão do que é solicitado e encontrarem a estratégia mais adequada para resolverem o problema.” (P 4), “...selecionar as estratégias mais adequadas à resolução dos problemas e avaliar/confirmar os resultados após a aplicação das mesmas.”, “... extraírem a informação – compreender o enunciado e perceberem o que é pedido...” (P 5).

- **Objetivo 4** - Verificar as estratégias utilizadas pelos alunos durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão.
- **Questão 4** - Que estratégias são utilizadas pelos alunos durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão?

Para este objetivo/ questão podemos concluir que foi a estratégia “usar dedução lógica”, tendo sido utilizada 54 vezes por todos os alunos ao longo da resolução dos problemas propostos. Também podemos referir que todos eles procuravam ser problemas de processo, que solicitassem o uso de diferentes estratégias de resolução e apelassem ao uso diversificado de diferentes tipos de representação. Alguns dos problemas apresentados, continham mais do que uma resolução possível, o que para além de levar o aluno a envolver-se ativamente num processo de descoberta, proporcionava o uso de diferentes representações com diferentes estratégias. Também se pode concluir que as representações construídas pelos alunos no decorrer da resolução das tarefas propostas, determinam o tipo de estratégia ou estratégias aplicada, como foi o caso da estratégia *Fazer uma simulação, experimentação ou dramatização* que não foi aplicada em nenhum problema, porque nenhum aluno utilizou as representações ativas para a sua resolução.

Relativamente às entrevistas realizadas a todos os professores de 3º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico da Escola de Santa Maria e à sua coordenadora do 1º ciclo também podemos concluir que todos os docentes de um modo ou de outro, consideram que os alunos devem ser encorajados a usar as representações na resolução de problemas numéricos pois estas auxiliam no seu raciocínio lógico, promovem uma melhor compreensão, são um suporte para delinear estratégias da resolução dos mesmos e servem de suporte para comunicar o seu pensamento.

Em suma, consideramos que também é fundamental que os problemas propostos sejam de uma natureza que desafie os alunos para o uso deste tipo de representação. Os resultados deste trabalho de investigação levam a crer que, para além de outros fatores intrínsecos e extrínsecos ao próprio aluno, também o tipo de problema é um fator determinante no tipo de representações construídas pelo aluno.

Com esta investigação esperamos ter contribuído para uma maior e melhor compreensão do papel das representações no domínio do ensino e da aprendizagem da Matemática mais concretamente, no âmbito da resolução de problemas, durante a aprendizagem da multiplicação e divisão.

## **5.2 Limitações**

Ao longo da nossa vida, existem situações que não acontecem da forma que esperámos e este trabalho não foi alheio a esta situação, havendo limitações que afetaram a sua execução.

Deste modo uma das dificuldades sentidas por parte da investigadora prendeu-se com o facto de a turma ser um pouco complicada a nível de comportamentos, o que dificultou a gestão de todo o processo de resolução de atividades e recolha de informação.

Outra dificuldade nutrida foi a incompatibilidade de horário e indisponibilidade de alguns docentes, para a realização das entrevistas semiestruturadas. Apenas foi possível aplicar esta metodologia a uma e aos restantes foi enviado, em suporte papel, o conjunto de perguntas consideradas por nós fundamentais para este estudo e que nos permitiu cruzar informação, ao qual responderam por escrito.

No entanto, estas limitações não constituíram impedimento para validar os resultados do estudo efetuado e as conclusões que se retiraram a partir da análise dos mesmos.

### **5.3 Futuras investigações**

Sendo a resolução de problemas importante para o desenvolvimento global dos alunos é importante continuar a investigar nesta área.

Em estudos futuros sobre as representações e a resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão recomenda-se que se faça um estudo idêntico a este mas que envolva outros níveis de escolaridade. Será importante perceber se o tipo de representação mais usada num ano de escolaridade também se aplica a outros anos de escolaridade mais avançados.

Outro estudo pertinente de se realizar sobre a mesma temática seria um estudo exploratório para averiguar a perspetiva dos docentes face ao contributo das representações Matemáticas na aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão na resolução de problemas.

Também seria interessante investigar a perspetiva dos docentes sobre a nova sistematização das tarefas preconizada pelo novo programa e a forma de representações utilizadas pelos alunos face a mudança existente nas atuais orientações curriculares. Este estudo seria aliciante de concretizar por haver uma grande disparidade na opinião dos docentes. Para alguns docentes essas mudanças são uma mais-valia na forma de raciocínio e no modo com os alunos encaram os problemas. Com elas os alunos podem também passar a refletir mais e a encarar as tarefas de um modo mais lúdico, onde devem descobrir o maior número possível de diferentes soluções para as poderem futuramente apresentar aos colegas. Contrariamente para alguns docentes essas mudanças são desvantajosas para os alunos, porque devido às suas características os alunos podem sentir uma grande dificuldade em passar para um nível de representação mais formal, ficando indeterminadamente preso à utilização das representações icónicas.

## Referências Bibliográficas

- Abrantes, P, Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação. Lisboa: Departamento da Educação Básica;
- Aires, L. (2011). *Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional*. Lisboa: Universidade Aberta
- Almeida, C. (2012). *A resolução de problemas e o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático no contexto da educação pré-escolar e do 1º ciclo do Ensino Básico*. Angra do Heroísmo: Universidade dos Açores. 2012. VIII, 99 f.. Dissertação de Mestrado. [Consult. 4/12/2013] Disponível em WWW: URL: <https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/1549/1/DissertMestradoCarlaConceicaoPereiraCardosoAlmeida2012.pdf>
- Almeida, C. (2014). *Estudo da estrutura cognitiva dos alunos dos 9.º e 12.º anos sobre o conceito de Probabilidade: o contributo das Teorias dos Conceitos Nucleares e dos Conceitos Threshold*. Tese de Doutoramento. Badajoz: Universidade de Extremadura
- Amado, J. S. (2000). *A técnica de análise de conteúdo*. Revista Referência, 5, 53-63.
- Amado, J. S. (2010). *Ensinar e aprender a investigar – reflexões a pretexto de um programa de iniciação à pesquisa qualitativa*. Revista Portuguesa de Pedagogia, Ano 44-1, 119-142.
- Bardin L. (2004) *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70
- Biklen, S., & Bogdan, C. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - uma introdução à teoria dos métodos*. Porto: Porto Editora
- Boavida, A., et al. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Borrás, L. (2001). *Os docentes do 1º e 2º ciclos do ensino básico - recursos e técnicas para a formação no séc. XXI - Áreas curriculares I - matemática, língua portuguesa, estudo do meio* (Vol. 3). Marina Editores
- Bruner (dir.), J. (1996). *Didática das Matemáticas* (Vol. 62). Lisboa
- Bruner, J. (1999). *Para uma Teoria da Educação*. Lisboa: Relógio D'Água

- Bruner, J. (1973). *Uma Nova Teoria da Aprendizagem*. Rio de Janeiro: Bloch.
- Carmo, H. & Ferreira, M.M. (1998). *Metodologia da Investigação. Guia para autoaprendizagem*. Lisboa. Universidade Aberta.
- Carvajal, A., & Rabanal, L. (1997). *Enciclopédia da educação infantil - Recursos para o desenvolvimento do currículo escolar - Desenvolvimento lógico e representação matemática* (Vol. IV). Rio de Mouro: Nova Presença
- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Cenrada, M. (2012). *A resolução de problemas numéricos no 1.º ciclo do ensino básico: representações utilizadas*. (Dissertação de mestrado não publicada). Instituto Politécnico de Beja, Escola Superior de Educação [Consult. 4/12/2013] Disponível em WWW: URL: <http://comum.rcaap.pt/handle/123456789/3981>
- Cró, M. (1999). *A construção do conhecimento pedagógico e desenvolvimento curricular – I Congresso Cidine - Investigar, Difundir e Intervir em Educação* - Universidade dos Açores, Escola Superior de Educação de Coimbra
- Duarte, T. (2009). *A possibilidade da investigação: reflexões sobre triangulação metodológica*. Lisboa: CIES.
- Echeverría P, Puy M, Pozo, Ignacio J. (1998) *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed.
- Feitosa, A. (1997). *Aprender - O desenvolvimento da inteligência*. Marina Editores Lda
- Gave (2004). *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação da literacia matemática*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Gil, A. C. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. 5 ed., São Paulo: Atlas, 1999
- Ghiglione, R. & Matalon, B. (1992). *O Inquérito: teoria e prática*. Oeiras: Celta Editora
- Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 197-218). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.



- Guzmán, M. (1990). *Aventuras matemáticas*. Lisboa: Gradiva
- Hill, M. Magalhães & Hill, A. B. (2002), *Investigação por Questionário*. Lisboa, 2ª Edição. Edições Sílabo;
- Levain, J. P. (1997). *Aprender a matemática de outra forma - Desenvolvimento cognitivo e proporcionalidade* (Vol. 68). Lisboa: Horizontes Pedagógicos
- Matos, J. M., Serrazina, L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Martins, M., Ponte, J. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC
- Mendes, M. (2012) *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo*; Tese de doutoramento, Educação (Didática da Matemática), Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, 2012 [Consult. 4/12/2013] Disponível em WWW: URL: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/5893>

- Mialaret, G. (1975). *A aprendizagem da Matemática – Ensaio de Psicopedagogia*, Coimbra: Livraria Almedina
- Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico- Competências Essenciais*. Lisboa: Deb. Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2006). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1.º Ciclo*. 5ª Edição. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. DGEBS. (1990). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 1.º Ciclo*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2013). *Programa e Metas curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2010). *Metas de aprendizagem. Ensino básico-1.º ciclo/Matemática*.
- Moreira, D. & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à Matemática no Jardim-de-Infância*. Lisboa: Universidade Aberta
- Morgado, J. (2004). *Qualidade na Educação - Um desafio para os professores* (1.ª ed., Vol. 30). Lisboa: Editorial Presença;
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Palhares, P. (2004). *Elementos da Matemática para professores do Ensino Básico*. Porto: Lidel
- Pardal, L. & Correia, E. (1995). *Métodos e técnicas de investigação social*. Porto: Areal Editores.
- Pinto, E. & Canavarro, A. (2012). *O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade*. In O. Magalhães, & A. Folque (org), *Práticas de investigação em Educação*. Évora: Departamento de Pedagogia e Educação. ISBN: 978---989---95802---2---0 [Consult. 4/12/2013] Disponível em WWW: URL: <http://rdpc.uevora.pt/bitstream/10174/8001/1/PINTO%20%26%20CANAVARRO%20DPE2012.pdf>;
- Pires, I. (1992) *Resolução de problemas e operações aritmética*. Metodologia, Escola Superior de Educação de Setúbal, Setúbal.

- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J. Serrazinha, I.; Guimarães, H.; Breda, A.; Guimarães, F.; Menezes, I.; Martins, M. & Oliveira, p. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação, 1ª Ed.
- Ponte (coord.), J., Martins, A., Nunes, F, Oliveira, I, Carvalho e Silva, J, Almeida, J, et al. (Jan 1998). *Matemática Escolar - Diagnóstico e propostas (1.ª ed.)*. Ministério da Educação
- Ponte, J., & Serrazina, L. (2000). *Didática da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta
- Ponte, J. P, & Canavarro, P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P. (2002). *Investigar a nossa própria prática*. In GTI (Org.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1994). *O estudo de caso na investigação em educação matemática*. Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte.pdf>, [Consult. 13/2/2014]
- Ponte, J. P. & Vêlez, I. *As representações matemáticas nas conceções dos professores do 1.º ciclo do ensino básico: um estudo exploratório*, Agrupamento de Escolas Dr. Azevedo Neves, Amadora Unidade de Investigação do Instituto de Educação, Universidade de Lisboa [Consult. 17/3/2014] Disponível em WWW: URL: <http://cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/grupos/documents/11.Ponte%20e%20Velez.pdf>
- Sanches, I. (2005). *Compreender, Agir, Mudar, Incluir. Da investigação-ação à educação inclusiva*. Revista Lusófona de Educação
- Tenreiro-Vieira, C. (s. d.) *Promover a Literacia Matemática dos Alunos: Resolver problemas e investigar desde os primeiros anos de escolaridade*. Vila Nova de Gaia: Editora Educação Nacional
- Tomé, I. (2013) *A Resolução de Problemas Numéricos em Matemática: As Dificuldades manifestadas pelos alunos do 1º ano do 1º ciclo do Ensino Básico*. (Dissertação de mestrado não publicada). Instituto Politécnico de Beja, Escola Superior de Educação [Consult. 13/2/2014] Disponível em WWW: URL:

<https://repositorio.ipbeja.pt/handle/123456789/614>

- Vale, I. & Pimentel, T. (2004). *Resolução de Problemas* (p.7-52). In Pedro Palhares (Ed.), *Elementos de Matemática para professores do ensino básico*. Lisboa: Lidel – Edições Técnicas, Lda.
- Vieira, R., & Vieira, C. (2005). *Estratégias de Ensino/ Aprendizagem - O questionamento promotor do pensamento crítico* (Vol. 121). Instituto Piaget;
- Yin, Robert (1993). *Case Study Research: Design and Methods* (2<sup>a</sup> Ed) Thousand Oaks, CA: SAGE Publications

# Apêndices

## Apêndice 1- Categorias de análise aos problemas propostos

Domínios	Categorias	Subcategorias
<b>Estratégias de resolução de problemas</b>	1. Descobrir um padrão, regra ou lei de formação	
	2. Fazer tentativas, conjeturas	
	3. Trabalhar do fim para o princípio	
	4. Usar dedução lógica; fazer eliminação	
	5. Reduzir a um problema mais simples; decomposição; simplificação	
	6. Fazer uma simulação, experimentação ou dramatização	
	7. Fazer um desenho, diagrama	
	8. Fazer uma listagem de algumas/todas as possibilidades	
<b>Tipos de representação utilizadas</b>	1. Representações ativas	1.1. Manipulação de objetos
	2. Representações icônicas	2.1 Representações pictóricas (desenhos)
		2.2 Diagramas
		2.3 Símbolos não convencionais
	3. Representações simbólicas	3.1 Algarismos e números
		3.2 Sinais de operações e sinal de igual/expressões matemáticas
		3.3 Letras/palavra escrita
<b>Dificuldades encontradas na resolução dos problemas</b>	1. Interpretação e compreensão do problema	
	2. Compreensão e concretização dos cálculos necessários	
	3. Organização do raciocínio e comunicação matemática	

**Apêndice 2- Problemas propostos aos alunos no âmbito da investigação  
Matemática**

## **Problemas**

1. A professora da Teresa distribuiu por alguns alunos, os 24 livros existentes na biblioteca de turma, para que eles os lessem nas férias.

Sabendo que a professora entregou 3 livros a cada aluno quantos alunos levaram livros?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.

R: \_\_\_\_\_

2. Quantas pernas têm 7 cadeiras iguais a figura.

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.



R: \_\_\_\_\_

3. A Rita tem 9 rebuçados que quer distribuir pelas três amigas, de modo a que cada amiga receba o mesmo número de rebuçados.

Quantos rebuçados receberam cada uma?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.

R: \_\_\_\_\_

4. Numa prateleira do supermercado há 8 embalagens iguais à da figura.

Quantas são as garrafas ali existentes?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.



R: \_\_\_\_\_



5. O Pedro e o João estão a ajudar no refeitório da escola e estão a discutir qual deles tem mais laranjas.

O Pedro tem 5 sacos com 18 laranjas em cada um e o João tem 18 sacos com 5 laranjas em cada um.

Qual te parece que tem mais laranjas?

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.

R: \_\_\_\_\_

6. Quantas rodas têm:

a) 5 Bicicletas

R: \_\_\_\_\_

b) 5 Automóveis

R: \_\_\_\_\_

c) 5 Triciclos

R: \_\_\_\_\_

Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.

### Apêndice 3 - Planificação diária - 13 de março de 2014

Planificação diária: 13 de março de 2014- quarta-feira						
<b>Prof. Orientador:</b> Bárbara Esparteiro /Margarida Silveira <b>Prof. Cooperante:</b> Felizarda Silva			<b>Escolaridade:</b> 3ºano <b>Horário:</b> 15h -16h <b>N.º de Alunos:</b> 12			
Área de conteúdo	Objetivos Gerais	Objetivos Específicos	Conteúdos	Estratégias/Atividades	Recursos	Tempo
Matemática	<b>Números e Operações:</b> - Compreender as operações e ser capazes de operar com números naturais e racionais não negativos; - Compreender o efeito das operações; - Ser capazes de	<b>Números e Operações:</b> <u>Números naturais</u> - Resolver problemas envolvendo relações numéricas. <u>Operações com números naturais</u> - Compreender a propriedade comutativa da multiplicação - Resolver problemas	<b>Operações com números naturais</b> • Multiplicação e divisão <b>Resolução de problemas</b> - Compreensão do problema; -Conceção,	O professor apresenta, à turma oralmente os seis problemas numéricos que, posteriormente, os alunos terão de resolver individualmente: 1- A professora da Teresa distribuiu por alguns alunos, os 24 livros existentes na biblioteca de turma, para que eles os lessem nas férias. Sabendo que a professora	Folhas de registo com problemas matemáticos Lápis Borracha Cuisenaire Palhinhas Tapinhas Ábaco Outros	60 Minutos Conferir se os alunos identificam a informação relevante para a resolução de um dado problema

resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos	envolvendo multiplicações e divisões	aplicação e justificção de estratégias	entregou 3 livros a cada aluno quantos alunos levaram livros?		
<b>Capacidades transversais:</b> -Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e avaliando resultados.	<b>Capacidades transversais:</b> <u>Resolução de problemas</u> - Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;		2- Quantas pernas têm 7 cadeiras iguais a figura.		
			3- A Rita tem 9 rebuçados que quer distribuir pelas três amigas, de modo a que cada amiga receba o mesmo número de rebuçados.		
			Quantos rebuçados receberam cada uma?		
			4- Numa prateleira do supermercado há 8 embalagens iguais à da figura.		
			Quantas são as garrafas ali existentes?		
			5- O Pedro e o João estão a ajudar no refeitório da escola e estão a discutir qual deles tem mais laranjas.		
			O Pedro tem 5 sacos com 18		

	<p>- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.</p>	<p>- Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos.</p> <p><u>Comunicação matemática</u></p> <p>- Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas;</p> <p>- Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.</p>	<p>laranjas em cada um e o João tem 18 sacos com 5 laranjas em cada um.</p> <p>Qual te parece que tem mais laranjas?</p> <p>6. Quantas rodas têm:</p> <p>a) 5 Bicicletas</p> <p>b) 5 Automóveis</p> <p>c) 5 Triciclos</p> <p>Após a realização de cada problema, o professor coloca, em privado, as seguintes questões:</p> <p>- Que dificuldades tiveste?</p> <p>– O que gostaste mais? Porquê?</p> <p>- Como pensaste?</p> <p>- Porque decidiste fazer assim e não de outra forma?</p>			
--	--	--	--	--	--	--

## Apêndice 4- Guião da Entrevista



### Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

#### Guião da Entrevista

**Tema:** “As Representações utilizadas na Resolução de Problemas da Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico. Uma aplicação às operações aritméticas da multiplicação e divisão.”

#### Objetivos Gerais:

- Identificar as representações que os alunos utilizam para resolver problemas durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão.
- Reconhecer o contributo dos diferentes tipos de representações observadas na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão.
- Averiguar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos problemas para a aprendizagem da multiplicação e introdução à divisão.
- Verificar as estratégias utilizadas pelos alunos durante o processo de aprendizagem das operações aritméticas da multiplicação e divisão.

Blocos	Objetivos específicos	Formulário da entrevista
<b>Bloco I</b> Legitimação da entrevista e motivação do entrevistado	- Legitimar a entrevista  - Motivar o entrevistado	- Informar o entrevistado sobre a temática e objetivo do trabalho de investigação.  - Sublinhar a importância da participação do entrevistado para a

		<p>realização do trabalho.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Desenvolver um clima de confiança e empatia.</li> <li>- Assegurar a confidencialidade e o anonimato das informações prestadas.</li> <li>- Informar que posteriormente poderá ver a transcrição da entrevista.</li> </ul>
<p><b>Bloco II</b></p> <p>Formação Profissional</p>	<p>- Conhecer alguns aspetos do percurso profissional do entrevistado</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Qual a sua formação académica?</li> <li>- Há quantos anos exerce a sua profissão?</li> <li>- Há quantos anos está nesta Escola de 1º Ciclo do Ensino Básico?</li> </ul>
<p><b>Bloco III</b></p> <p>Informações sobre a motivação/dificuldades dos alunos na resolução de problemas</p>	<p>- Averiguar a opinião da professora sobre a motivação e as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de problemas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?</li> <li>- No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?</li> <li>- Quais são as suas maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos?</li> </ul>
<p><b>Bloco III</b></p> <p>A importância das representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão</p>	<p>- Averiguar a importância das representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Que importância atribui às representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão?</li> <li>- Que contributos podem trazer para o</li> </ul>

		<p>desenvolvimento/ aprendizagens das crianças?</p> <p>- Da sua experiencia quais são as representações mais utilizadas pelos alunos na aprendizagem da multiplicação e divisão?</p>
<p><b>Bloco IV</b></p> <p>Seleção e metodologias utilizadas na realização de atividades</p>	<p>- Conhecer a seleção e metodologias utilizadas na realização de atividades</p>	<p>- Quais são as representações que mais utiliza na abordagem à resolução de problemas da multiplicação e divisão? Porquê?</p>
<p><b>Bloco V</b></p> <p>Informações sobre as atividades/ estratégias alusivas à resolução de problemas.</p>	<p>- Conhecer as atividades/aprendizagens realizadas em sala.</p> <p>- Averiguar quais as estratégias utilizadas pelos alunos.</p>	<p>- Trabalha frequentemente a resolução de problemas que envolvam a multiplicação e divisão?</p> <p>- A turma utiliza diferentes estratégias para a resolução de problemas numéricos?</p> <p>- No geral quais são as mais usadas pelos alunos?</p>
<p><b>Bloco VIII</b></p> <p>Complemento da informação</p>	<p>- Dar oportunidade ao entrevistado para complementar a informação</p>	<p>Se considerar pertinente, pode acrescentar alguns aspetos que não tenham sido mencionados.</p>

## **Apêndice 5 – Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 1)**

### **BLOCO 1 FORMAÇÃO PROFISSIONAL**

#### **1. Qual a sua formação académica?**

*“Curso do Magistério Primário, um complemento de Formação Científica e Pedagógica em Ensino Básico do 1º Ciclo e um curso de Formação Especializado de Comunicação Educacional e Gestão e Informação- Bibliotecas Escolares”*

#### **2. Há quantos anos exerce a sua profissão?**

*“Estou no 30º ano de serviço”*

#### **3. Há quantos anos está nesta Escola de 1º Ciclo do Ensino Básico?**

*“Estou nesta escola há 7 anos”*

### **BLOCO 2 INFORMAÇÕES SOBRE A MOTIVAÇÃO/DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

#### **1. Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?**

*“Não considero que a turma se encontre menos motivada para a matemática do que para qualquer das outras áreas disciplinares (média) ”*

#### **2. No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?**

*“ Sim a turma revela dificuldades na resolução de problemas numéricos principalmente naqueles em que o texto é demasiado longo”*

#### **3. Quais são as suas maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos?**

*“ A maior dificuldade na resolução de problemas é a sua compreensão. O nível sociocultural dos alunos da turma é baixo e não dominam bem a linguagem, revelando consequentemente dificuldades na comunicação de ideias e em expressarem-se de maneira competente. É comum deparar-me com alunos que não sabem interpretar o que o problema pede.”*

### **BLOCO 3 A IMPORTÂNCIA DAS REPRESENTAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

#### **1. Que importância atribui às representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão?**



*“ Atribuo-lhe muita importância na medida em que a compreensão é facilitada e também permitem que o alunos se concentre mais no processo de resolução do que na realização de cálculos, potencializando o calculo mental.”*

**2. Que contributos podem trazer para o desenvolvimento/aprendizagens das crianças?**

*“Acredito que as representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão auxiliam no raciocínio logico e fazem com que os alunos elaborem conceitos, diminuindo assim os “bloqueios” apresentados por alguns deles em relação à matemática.”*

**3. Da sua experiência, quais são as representações mais utilizadas pelos alunos na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“ Na multiplicação utilizam mais à adição de parcelas iguais e a representação de conjuntos com igual número de elementos. Na divisão utilizam também a representação de conjuntos.”*

**BLOCO 4 METODOLOGIAS UTILIZADAS NA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES**

**1. Quais são as representações que mais utiliza na abordagem a resolução de problemas da multiplicação e divisão? Porquê?**

*“ Depende do ano de escolaridade, nível etário. No 1º e 2º ano utilizo muito os desenhos e a manipulação de materiais. No 3º e 4º as representações que frequentemente mais utilizo na abordagem à resolução de problemas de divisão e multiplicação são os algoritmos, mas sobretudo os esquemas pois penso que através deles os alunos compreendem melhor o que se pretende.”*

**BLOCO 5 INFORMAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES/ ESTRATÉGIAS ALUSIVAS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

**1. Trabalha frequentemente a resolução de problemas na multiplicação e divisão que envolvam a utilização de representações?**

*“ Sim ”*

**2. A turma utiliza diferentes representações para a resolução de problemas numéricos?**

*“Sim ”*

**3. No geral, quais são as mais usadas pelos alunos?**

*“ As representações que os alunos mais utilizam nestes casos são as adições e as pictóricas (desenhos)”*

## **Apêndice 6 – Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 2)**

### **BLOCO 1 FORMAÇÃO PROFISSIONAL**

#### **1. Qual a sua formação académica?**

*“Curso de professores do Ensino Básico, variante Educação Física”*

#### **2. Há quantos anos exerce a sua profissão?**

*“Há 36 anos”*

#### **3. Há quantos anos está nesta Escola de 1º Ciclo do Ensino Básico?**

*“ 11 anos. Tenho mais anos de serviço no mesmo agrupamento”*

### **BLOCO 2 INFORMAÇÕES SOBRE A MOTIVAÇÃO/DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

#### **1. Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?**

*“ É uma turma que até está motivada, pois desde o 1º ano que iniciaram os novos programas”*

#### **2. No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?**

*“ Alguns problemas devido à falta de atenção e concentração que a matemática exige”*

#### **3. Quais são as suas maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos?**

*“Penso que na compreensão dos enunciados”*

### **BLOCO 3 A IMPORTÂNCIA DAS REPRESENTAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

#### **1. Que importância atribui às representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“ É muito importante os alunos estarem bem com a multiplicação e a divisão, mas para isso necessitam de trabalhar bem as tabuadas.”*

#### **2. Que contributos podem trazer para o desenvolvimento/aprendizagens das crianças?**

*“Uma melhor compreensão e facilidade na resolução das situações problemáticas.”*

#### **3. Da sua experiência, quais são as representações mais utilizadas pelos alunos na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“As representações gráficas, os algoritmos, os conjuntos e as tabelas”*

#### **BLOCO 4 METODOLOGIAS UTILIZADAS NA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES**

**1. Quais são as representações que mais utiliza na abordagem a resolução de problemas da multiplicação e divisão? Porquê?**

*“Normalmente atendo ao número de passos necessários às resoluções aumentando a complexidade. É muito importante que os alunos adquiram fluência de cálculo e tenham facilidade em aplicar os algoritmos. Representações gráficas, conjuntos, tabelas, diagramas.”*

#### **BLOCO 5 INFORMAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES/ ESTRATÉGIAS ALUSIVAS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

**1. Trabalha frequentemente a resolução de problemas na multiplicação e divisão que envolvam a utilização de representações?**

*“Sim, quase sempre”*

**2. A turma utiliza diferentes representações para a resolução de problemas numéricos?**

*“Sim”*

**3. No geral, quais são as mais usadas pelos alunos?**

*“A representação gráfica, os algoritmos, os conjuntos, tabelas”*

## **Apêndice 7 – Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 3)**

### **BLOCO 1 FORMAÇÃO PROFISSIONAL**

#### **1. Qual a sua formação académica?**

*“Curso de Magistério Primário e um Complemento de Formação Científico Pedagógico para Professores do 1º Ciclo”*

#### **2. Há quantos anos exerce a sua profissão?**

*“29 anos”*

#### **3. Há quantos anos está nesta Escola de 1º Ciclo do Ensino Básico?**

*“8 anos neste agrupamento, 4 anos nesta escola”*

### **BLOCO 2 INFORMAÇÕES SOBRE A MOTIVAÇÃO/DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

#### **1. Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?**

*“De um modo geral são alunos motivados e empenhados”*

#### **2. No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?**

*“ Na turma há um número significativo de alunos com dificuldades na resolução de problemas”*

#### **3. Quais são as suas maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos?**

*“Os alunos apresentam dificuldade em selecionar as estratégias mais adequadas à resolução dos problemas e avaliar/confirmar os resultados após a aplicação das mesmas.”*

### **BLOCO 3 A IMPORTÂNCIA DAS REPRESENTAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

#### **1. Que importância atribui às representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“Considero que as representações são muito importantes na resolução de problemas”*

#### **2. Que contributos podem trazer para o desenvolvimento/aprendizagens das crianças?**

*“ As representações permitem aos alunos apresentar/desenvolver o raciocínio matemático e adotar um papel ativo na aprendizagem e construção do conhecimento.”*

**3. Da sua experiência, quais são as representações mais utilizadas pelos alunos na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“ Inicialmente são as representações ativas recorrendo a materiais manipuláveis. Depois as icónicas e mais tarde as simbólicas. Esta evolução depende da “maturidade” dos alunos, dá apreensão de conhecimento e capacidade de mobilizá-los.”*

**BLOCO 4 METODOLOGIAS UTILIZADAS NA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES**

**1. Quais são as representações que mais utiliza na abordagem a resolução de problemas da multiplicação e divisão? Porquê?**

*“Depende da facilidade e/ou disponibilidades apresentadas pelo grupo/turma. Regra geral sigo a sequência descrita na questão anterior tendo em vista partir do concreto para o abstrato.”*

**BLOCO 5 INFORMAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES/ ESTRATÉGIAS ALUSIVAS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

**1. Trabalha frequentemente a resolução de problemas na multiplicação e divisão que envolvam a utilização de representações?**

*“ Sim ”*

**2. A turma utiliza diferentes representações para a resolução de problemas numéricos?**

*“Sim ”*

**3. No geral, quais são as mais usadas pelos alunos?**

*“ A maior parte dos alunos usa as ativas e icónicas, no entanto também há alunos que usam mais as simbólicas.”*

## **Apêndice 8 – Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 4)**

### **BLOCO 1 FORMAÇÃO PROFISSIONAL**

#### **1. Qual a sua formação académica?**

*“Curso de Magistério Primário, um Complemento de Formação para Professores do Ensino Básico - Especialização em Português”*

#### **2. Há quantos anos exerce a sua profissão?**

*“Há 26 anos”*

#### **3. Há quantos anos está nesta Escola de 1º Ciclo do Ensino Básico?**

*“Há 4 anos”*

### **BLOCO 2 INFORMAÇÕES SOBRE A MOTIVAÇÃO/DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

#### **1. Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?**

*“A turma revela alguma motivação para as tarefas matemáticas”*

#### **2. No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?**

*“Sim a maior parte dos alunos revelam dificuldade na resolução de problemas numéricos”*

#### **3. Quais são as suas maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos?**

*“As maiores dificuldades predem-se com a capacidade de compreensão do que é solicitado e encontrarem a estratégia mais adequada para resolverem o problema.”*

### **BLOCO 3 A IMPORTÂNCIA DAS REPRESENTAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

#### **1. Que importância atribui às representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“Penso que as representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão são muito importantes.”*

#### **2. Que contributos podem trazer para o desenvolvimento/aprendizagens das crianças?**

*“Ajudar à compreensão dos problemas; Serem um suporte para delinear estratégias da resolução dos mesmos; “servem de suporte para comunicar o seu pensamento”*

**3. Da sua experiência, quais são as representações mais utilizadas pelos alunos na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“Numa fase inicial os alunos utilizam as representações informais de manipulação. De seguida passam a utilizar representações pré formais, associando as imagens e símbolos. Por fim surge as representações formais onde surge o conceito matemático numérico.*

**BLOCO 4 METODOLOGIAS UTILIZADAS NA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES**

**1. Quais são as representações que mais utiliza na abordagem a resolução de problemas da multiplicação e divisão? Porquê?**

*“Representações icónicas e simbólicas porque funcionam como uma memória visual que serve de ajuda ao desenvolvimento pensamento e aplicação de estratégias.”*

**BLOCO 5 INFORMAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES/ ESTRATÉGIAS ALUSIVAS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

**1. Trabalha frequentemente a resolução de problemas na multiplicação e divisão que envolvam a utilização de representações?**

*“ Sim ”*

**2. A turma utiliza diferentes representações para a resolução de problemas numéricos?**

*“Sim ”*

**3. No geral, quais são as mais usadas pelos alunos?**

*“No geral os alunos utilizam representações em que recorrem às imagens e ícones, esquemas, ... ”*



## **Apêndice 9 – Protocolo da entrevista semiestruturada dirigida ao docente (P 5)**

### **BLOCO 1 FORMAÇÃO PROFISSIONAL**

#### **- Qual a sua formação académica?**

*“Escola Magistério + licenciatura + Mestrado”*

#### **- Há quantos anos exerce a sua profissão?**

*“Vou no 35º. Ano de trabalho”*

#### **- Há quantos anos está nesta Escola de 1º Ciclo do Ensino Básico?**

*“Nesta escola, concretamente no Centro Escolar de Santa Maria, estou sensivelmente há 4 anos quando foi inaugurado e recebeu os alunos e prof’s de outras escolas (Salvador e Bairro da Conceição e depois da Escola 7) que integravam o Agrupamento de Sª Maria; considerando a época antes do Centro Escolar estou ao serviço deste Agrupamento há 8 anos e pela 2ª vez, pois em datas mais remotas, já cá tinha trabalhado.”*

### **BLOCO 2 INFORMAÇÕES SOBRE A MOTIVAÇÃO/DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

#### **- Como classifica a turma quanto à motivação para a matemática?**

*“Não sou professora titular de turma, enquanto coordenadora de departamento, há 5 anos. As minhas funções letivas têm sido de apoio socioeducativo a alunos com dificuldades de aprendizagem, No presente ano letivo, o apoio que presto é dirigido a alunos de 2º ano, em 4 turmas diferentes”*

#### **- No geral, a turma revela dificuldade na resolução de problemas numéricos?**

*“Falando pela minha experiência de apoio a alunos de 2º ano, globalmente verifica-se que estes alunos revelam dificuldade na resolução de problemas numéricos.”*

#### **- Quais são as suas maiores dificuldades na resolução de problemas numéricos?**

*“Em 1.º lugar, compreender os enunciados pois alguns são alunos que ainda não dominam a leitura; em 2º, a dificuldade dos alunos extraírem a informação – compreender o enunciado e perceberem o que é pedido; e, por último a resolução em si, isto é que estratégia desenvolver para resolver o problema. Em última instância passar das representações ativas/pictóricas para a simbologia matemática.”*

### **BLOCO 3 A IMPORTÂNCIA DAS REPRESENTAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO**

**- Que importância atribui às representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“Bastante importância, especialmente às informais no início do estudo dessas 2 operações, até que consigam passar às representações formais.”*

**- Que contributos podem trazer para o desenvolvimento/aprendizagens das crianças?**

*“Uma vez que, por volta dos 7-8 anos, os alunos têm muita dificuldade de abstração, de aplicar o raciocínio dedutivo e até os cálculos, o recurso a materiais, esquemas, desenhos ou outras representações ajudam-nos a compreender os enunciados, a explorar as situações, a fazer os cálculos, isto é, a resolver os problemas envolvendo essas ou outras operações. “*

**- Da sua experiência, quais são as representações mais utilizadas pelos alunos na aprendizagem da multiplicação e divisão?**

*“Os desenhos ou imagens, mais ou menos bem feitos, símbolos não convencionais ( risquinhos/bolinhas/cruzinhas, especialmente), ligações e tabelas”*

### **BLOCO 4 METODOLOGIAS UTILIZADAS NA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES**

**- Quais são as representações que mais utiliza na abordagem a resolução de problemas da multiplicação e divisão? Porquê?**

*“Diversas: materiais manipuláveis, imagens ou desenhos, símbolos não convencionais, ... que se vão associando as representações formais (algarismos, retas numéricas, sinais +, x, : e =, diagramas). À medida que os alunos progridem, aligeiram-se as primeiras e insisto nas segundas, dependendo de cada um e das fases de aprendizagem. Às vezes é preciso regredir, nem que seja numa situação concreta, para o aluno perceber a situação”*

### **BLOCO 5 INFORMAÇÕES SOBRE AS ATIVIDADES/ ESTRATÉGIAS ALUSIVAS À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

**- Trabalha frequentemente a resolução de problemas na multiplicação e divisão que envolvam a utilização de representações?**

*“Sim.”*

**- A turma utiliza diferentes representações para a resolução de problemas numéricos?**

*“Os alunos com quem trabalho, apresentam geralmente as mesmas representações, pois como disse são crianças com dificuldades que se manifestam também ao nível da criatividade, autonomia etc. Numa turma, em que os alunos têm diferentes potencialidades e níveis diferentes de competências desenvolvidas, a variedade de estratégias é maior.”*

## Apêndice 10 – Grelha de análise de conteúdo das entrevistas semiestruturadas

Entrevistado 1 – Professora (P1)

Entrevistado 2 – Professora (P2)

Entrevistado 3 – Professora (P3)

Entrevistado 4 – Professora (P4)

Entrevistado 5 – Professora (P5)

<b>Categoria</b>	<b>Subcategoria</b>	<b>Unidade de registo</b>
Situação profissional	Formação académica	<p>“Curso do Magistério Primário, um complemento de Formação Científica e Pedagógica em Ensino Básico do 1º Ciclo e um curso de Formação Especializado de Comunicação Educacional e Gestão e Informação-Bibliotecas Escolares” (P1)</p> <p>“Curso de professores do Ensino Básico, variante Educação Física” (P2)</p> <p>“Curso de Magistério Primário e um Complemento de Formação Científico Pedagógico para Professores do 1º Ciclo” (P3)</p> <p>“Curso de Magistério Primário, um Complemento de Formação para Professores do Ensino Básico - Especialização em Português”</p>

		(P4) “Escola Magistério + licenciatura + Mestrado” (P5)
	Anos de serviço	“Estou no 30º ano de serviço” (P1) “Há 36 anos” (P2) “29 anos” (P3) “Há 26 anos” (P4) “Vou no 35º ano de trabalho” (P5)
	Anos que exerce na escola de Santa Maria	“Estou nesta escola há 7 anos” (P1) “11 anos. Tenho mais anos de serviço no mesmo agrupamento” (P2) “8 anos neste agrupamento, 4 anos nesta escola”(P3) “Há 4 anos” (P4) “Nesta escola, concretamente no Centro Escolar de Santa Maria, estou sensivelmente há 4 anos quando foi inaugurado e recebeu os alunos e professores de outras escolas (Salvador e Bairro da Conceição e depois da Escola 7) que integravam o Agrupamento de S <sup>a</sup> Maria; considerando a época antes do Centro Escolar estou ao serviço deste Agrupamento há 8 anos e pela 2 <sup>a</sup> vez, pois em datas mais remotas, já cá

		tinha trabalhado.” (P5)
Motivação/dificuldades dos alunos na resolução de problemas	Motivação para a matemática	<p>“Não considero que a turma se encontre menos motivada para a matemática do que para qualquer das outras áreas disciplinares (média)” (P1)</p> <p>“ É uma turma que até está motivada, pois desde do 1º ano que iniciaram os novos programas” (P2)</p> <p>“ De um modo geral são alunos motivados e empenhados” (P3)</p> <p>“ A turma revela alguma motivação para as tarefas matemáticas” (P4)</p> <p>“ Não sou professora titular de turma, enquanto coordenadora de departamento, há 5 anos. As minhas funções letivas têm sido de apoio socioeducativo a alunos com dificuldades de aprendizagem, No presente ano letivo, o apoio que presto é dirigido a alunos de 2º ano, em 4 turmas diferentes.” (P5)</p>
	Dificuldades na resolução de problemas numéricos	<p>“ Sim a turma revela dificuldades na resolução de problemas numéricos principalmente naqueles em que o texto é demasiado longo” (P1)</p>

		<p>“ A maior dificuldade na resolução de problemas é a sua compreensão. O nível sociocultural dos alunos da turma é baixo e não dominam bem a linguagem, revelando consequentemente dificuldades na comunicação de ideias e em expressarem-se de maneira competente. É comum deparar-me com alunos que não sabem interpretar o que o problema pede.” (P1)</p> <p>“ Alguns problemas devido à falta de atenção e concentração que a matemática exige” (P2)</p> <p>“ Penso que na compreensão dos enunciados” (P2)</p> <p>“ Na turma há um número significativo de alunos com dificuldades na resolução de problemas” (P3)</p> <p>“ Os alunos apresentam dificuldade em selecionar as estratégias mais adequadas à resolução dos problemas e avaliar/confirmar os resultados após a aplicação das mesmas.” (P3)</p> <p>“ Sim a maior parte dos alunos revelam dificuldade na</p>
--	--	--

		<p>resolução de problemas numéricos” (P4)</p> <p>“ As maiores dificuldades predem-se com a capacidade de compreensão do que é solicitado e encontrarem a estratégia mais adequada para resolverem o problema.” (P4)</p> <p>“ Faland o pela minha experiência de apoio a alunos de 2º ano, globalmente verifica-se que estes alunos revelam dificuldade na resolução de problemas numéricos.” (P5)</p> <p>“ Em 1.º lugar, compreender os enunciados pois alguns são alunos que ainda não dominam a leitura; em 2º, a dificuldade dos alunos extraírem a informação – compreender o enunciado e perceberem o que é pedido; e, por último a resolução em si, isto é que estratégia desenvolver para resolver o problema. Em última instância passar das representações ativas/pictóricas para a simbologia matemática.” (P5)</p>
Representações na resolução de	Importância das representações	<p>“ Atribuo-lhe muita importância na medida em</p>



<p>problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão</p>		<p>que a compreensão é facilitada e também permitem que os alunos se concentrem mais no processo de resolução do que na realização de cálculos, potencializando o cálculo mental.” (P1)</p> <p>“ É muito importante, os alunos estarem bem com a multiplicação e a divisão, mas para isso necessitam de trabalhar bem as tabuadas.” (P2)</p> <p>“Considero que as representações são muito importantes na resolução de problemas” (P3)</p> <p>“Penso que as representações na resolução de problemas na aprendizagem da multiplicação e divisão são muito importantes.” (P4)</p> <p>“ Bastante importância, especialmente às informais no início do estudo dessas 2 operações, até que consigam passar às representações formais.” (P5)</p>
	<p>Contributos para o desenvolvimento/aprendizagem das crianças</p>	<p>“ Acredito que as representações na resolução de problemas na aprendizagem da</p>

		<p>multiplicação e divisão auxiliam no raciocínio lógico e fazem com que os alunos elaborem conceitos, diminuindo assim os “bloqueios” apresentados por alguns deles em relação à matemática.” (P1)</p> <p>“ Uma melhor compreensão e facilidade na resolução das situações problemáticas.” (P2)</p> <p>“ As representações permitem aos alunos apresentar/desenvolver o raciocínio matemático e adotam um papel ativo na aprendizagem e construção do conhecimento.” (P3)</p> <p>“Ajudam à compreensão dos problemas, são um suporte para delinear estratégias da resolução dos mesmos e servem de suporte para comunicar o seu pensamento” (P4)</p> <p>“ Uma vez que, por volta dos 7-8 anos, os alunos têm muita dificuldade de abstração, de aplicar o raciocínio dedutivo e até os cálculos, o recurso a materiais, esquemas, desenhos ou outras</p>
--	--	---

		representações, ajudam-nos a compreender os enunciados, a explorar as situações, a fazer os cálculos, isto é, a resolver os problemas envolvendo essas ou outras operações” (P5)
	Representações mais utilizadas pelos alunos	<p>“ Na multiplicação utilizam mais à adição de parcelas iguais e a representação de conjuntos com igual número de elementos. Na divisão utilizam também a representação de conjuntos.” (P1)</p> <p>“ As representações que os alunos mais utilizam nestes casos são as adições e as pictóricas (desenhos) ” (P1)</p> <p>“ As representações gráficas, os algoritmos, os conjuntos e as tabelas” (P2)</p> <p>“ Inicialmente são as representações ativas recorrendo a materiais manipuláveis. Depois as icónicas e mais tarde as simbólicas. Esta evolução depende da “maturidade” dos alunos, dá apreensão de conhecimento e capacidade de mobilizá-los.” (P3)</p> <p>“ Numa fase inicial os alunos</p>

		<p>utilizam as representações informais de manipulação. De seguinte passam a utilizar representações pré formais, associando as imagens e símbolos. Por fim surge as representações formais onde surge o conceito matemático numérico. (P4)</p> <p>“ No geral os alunos utilizam representações em que recorrem às imagens e ícones, esquemas, ...”( P4)</p> <p>“ Os desenhos ou imagens, mais ou menos bem-feitas, símbolos não convencionais (risquinhos/bolinhas/cruzinhas, especialmente), ligações e tabelas” (P5)</p>
Metodologias utilizadas na resolução de problemas	Representações mais utilizadas pelos professores na resolução de problemas da multiplicação e divisão	<p>“ Depende do ano de escolaridade, nível etário. No 1º e 2º ano utilizo muito os desenhos e a manipulação de materiais. No 3º e 4º as representações que frequentemente mais utilizo na abordagem à resolução de problemas de divisão e multiplicação são os algoritmos, mas sobretudo os esquemas pois penso que através deles os alunos compreendem melhor o que</p>

		<p>se pretende.” (P1)</p> <p>“ Normalmente atendo ao número de passos necessários às resoluções aumentando a complexidade. É muito importante que os alunos adquiram fluência de cálculo e tenham facilidade em aplicar os algoritmos. Representações gráficas, conjuntos, tabelas, diagramas.” (P2)</p> <p>“ Depende da facilidade e/ou disponibilidades apresentadas pelo grupo/turma. Regra geral sigo a sequência descrita na questão anterior tendo em vista partir do concreto para o abstrato.” (P3)</p> <p>“ Representações icônicas e simbólicas porque funcionam como uma memória visual que serve de ajuda ao desenvolvimento pensamento e aplicação de estratégias.” (P4)</p> <p>“ Diversas: materiais manipuláveis, imagens ou desenhos, símbolos não convencionais, ... que se vão associando as representações formais (algarismos, retas numéricas, sinais +, x, : e =,</p>
--	--	---

		<p>diagramas). À medida que os alunos progridem, aligeiram-se as primeiras e insisto nas segundas, dependendo de cada um e das fases de aprendizagem. Às vezes é preciso regredir, nem que seja numa situação concreta, para o aluno perceber a situação.”</p> <p>(P5)</p>
Atividades/estratégias alusivas à resolução de problemas	Realização de problemas de multiplicação e divisão que envolvam a utilização de representações	<p>“ Sim.” (P1)</p> <p>“ Sim, quase sempre.” (P2)</p> <p>“ Sim.” (P3)</p> <p>“ Sim.” (P4)</p> <p>“ Sim.” (P5)</p>
	Utilização de diferentes representações	<p>“ Sim.” (P1)</p> <p>“ Sim.” (P2)</p> <p>“ Sim.” (P3)</p> <p>“ Sim.” (P4)</p> <p>“ Sim.” (P5)</p>